

ҚАЗІРГІ ЗАМАҢҒЫ ОҚЫТУ ТЕХНОЛОГИЯЛАРЫ МЕН БЕЙІНДІ ОҚЫТУ: ТРИГОНОМЕТРИЯ МЫСАЛЫНДА

Ибраев Ш.Ш., физика-математика ғылымдарының кандидаты, қауымдастырылған профессор
ibrayevsheraly@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-4844-5001>

Зәкир А.Б.*, 7M01510- математика педагогтерін даярлау БББ 2-курс магистранты
aibek.zakir2005@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0002-6777-2307>

Қорқыт Ата атындағы Қызылорда университеті, Қызылорда қ., Қазақстан

Аңдатпа. Мақалада қазіргі заманғы оқыту технологиялары мен бейінді оқытудың өзара байланысы тригонометрияны оқыту мысалында қарастырылады. Зерттеудің негізгі мақсаты – заманауи цифрлық технологияларды қолданудың бейінді оқыту жағдайында оқушылардың оқу мотивациясына және тригонометриялық ұғымдарды меңгеру сапасына әсерін анықтау болып табылады. Осы мақсатқа жету үшін зерттеу диагностикалық және тәжірибелік кезеңдер негізінде жүргізілді. Диагностикалық кезең нәтижелері бұрыш пен доғаның градустық және радиандық өлшемдерін шатастыру, тригонометриялық функцияларды қолданудағы жүйелі қателіктер сияқты білім олқылықтарының бар екенін көрсетті. Ал тәжірибелік кезеңде ақпараттық-коммуникациялық технологиялар мен бейінді бағыттағы тапсырмалардың тиімді қолданылуы оқушылардың танымдық белсенділігін арттырып, пәнге деген қызығушылығын күшейтті. Зерттеу нәтижелері осы тәсілдерді кіріктіре пайдалану оқушылардың логикалық ойлау қабілетін дамытып, оқу үлгерімін жақсартумен қатар, олардың дербес жұмыс жасау дағдыларын қалыптастыруға мүмкіндік беретінін айғақтады. Сонымен қатар, бейінді оқытуда цифрлық құралдарды қолдану оқу үдерісін дараландыруға жағдай жасап, білім алушылардың өз оқу траекториясын саналы түрде құруына, математикалық сауаттылығы мен зерттеушілік қабілеттерін жетілдіруіне ықпал ететіні дәлелденді. Осылайша, тригонометрияны оқытуда заманауи технологиялар мен бейінді оқытуды үйлестіре қолдану нәтижеге бағытталған тиімді әдістемелік тетік ретінде бағаланады.

Тірек сөздер: заманауи оқыту технологиялары, бейінді оқыту, тригонометрия.

Кіріспе. Қазіргі таңда білім беру жүйесі ақпараттық қоғам талаптарына сай жаңарып, оқыту процесіне инновациялық технологияларды енгізу өзекті мәселеге айналып отыр. Әсіресе, математиканың күрделі және абстрактілі салаларының бірі — тригонометрияны оқытуда жаңа тәсілдерді пайдалану оқушылардың пәнге қызығушылығын арттырып, олардың кеңістіктік және логикалық ойлау қабілеттерін дамытуда маңызды рөл атқарады [1]. Сондай-ақ оқушылардың белсенді танымдық әрекетін қалыптастыру маңызды міндеттердің бірі болып табылады [2-3]. Ақпараттық технологиялар бұл үдерісті жаңаша деңгейге көтеріп, оқыту сапасын арттыруға мүмкіндік береді [4].

Алайда қазіргі мектеп тәжірибесінде заманауи технологиялардың жеткіліксіз қолданылуы, бейінді оқытудың мазмұнын бейімдеудегі қиындықтар және әдістемелік құралдардың жетіспеушілігі байқалады. Бұл жағдай мұғалімдердің цифрлық құзыреттілігінің әркелкілігі мен инновациялық әдістерді тиімді қолдану тәжірибесінің аздығына байланысты [5].

Бүгінгі таңда PISA (2022) және TIMSS (2019) халықаралық зерттеу нәтижелері қазақстандық оқушылардың функционалдық математикалық сауаттылығының төмен деңгейде екенін көрсетіп отыр. Аталған мәселе тригонометрия тақырыптарын меңгеру барысында айқын көрінеді. Бұл өз кезегінде заманауи педагогикалық технологияларды оқу процесіне тиімді енгізудің және бейінді оқыту жүйесін жетілдірудің өзектілігін дәлелдейді.

Мұндай қиындықтарды шешу үшін визуалды модельдер мен интерактивті бағдарламаларды пайдалану оқушылардың тригонометриялық түсініктерін тереңдетудің тиімді әдісі болып табылады [6]. Сонымен қатар, бейінді оқыту шеңберінде пән мазмұнын әр профильге бейімдеу, жаратылыстану және техникалық бағыттағы сыныптарға арналған тапсырмалар жүйесін әзірлеу қажеттілігі туындайды [7].

Бұл тұрғыда мұғалімдерге арналған дайын сабақ үлгілерін және «Бейінді тригонометрия сабағы» атты әдістемелік нұсқаулықтарды жасау өзекті мәселе болып табылады. Сондай-ақ, отандық және халықаралық тәжірибелер арасындағы алшақтықты жою мақсатында шетелдік инновациялық әдістерді қазақ тілінде бейімдеу және олардың тиімділігін салыстырмалы тұрғыда талдау маңызды [8].

Бұл зерттеудің мақсаты тригонометрияны оқыту процесінде заманауи педагогикалық технологиялар мен бейінді оқыту элементтерін біріктіру арқылы оқушылардың оқу жетістіктерін, кеңістіктік және логикалық ойлау қабілеттерін арттырудың тиімді жолдарын анықтау.

Зерттеу материалдары мен әдістері. Зерттеу жұмысы Қызылорда қаласындағы жалпы білім беретін мектептің базасында жүргізіліп, оған 9–10 сынып оқушылары қатыстырылды. Зерттеу үш кезеңнен тұрды: диагностикалық, тәжірибелік және қорытынды кезең.

Диагностикалық кезеңде оқушылардың тригонометрия бойынша бастапқы дайындық деңгейін анықтау мақсатында келесі әдістер қолданылды:

- Диагностикалық тестілеу: бұрыш пен доғаның градусық және радиандық өлшемдерін ажырату, тригонометриялық функциялардың қасиеттерін қолдану және келтіру формулаларын дұрыс пайдалану дағдылары тексерілді.

- Бақылау: сыныптағы сабаққа қатысу белсенділігі мен үй тапсырмаларын орындау сапасы бақыланды.

- Сауалнама және әңгімелесу: оқушылардың пәнге қызығушылығы, тригонометрия тақырыбына қатысты түсініктері мен ойлары жинақталды.

- Әдебиеттерді талдау: педагогикалық және психологиялық әдебиеттер арқылы бейінді оқыту мен заманауи технологияларды енгізудің тиімділіктері зерттелді.

Тәжірибелік кезеңде бейінді оқыту принциптері бойынша арнайы әзірленген тапсырмалар мен ақпараттық-коммуникациялық технологиялар енгізілді. Бұл кезеңде қолданылған әдістер:

- Педагогикалық эксперимент: эксперименттік және бақылау сыныптарында тригонометрияны оқыту нәтижелері салыстырылды.

- Интерактивті оқу: цифрлық платформалар мен динамикалық математикалық бағдарламалар арқылы оқушылардың танымдық белсенділігі мен пәнге қызығушылығы арттырылды.

- Практикалық тапсырмалар мен жаттығулар: тригонометриялық ұғымдарды меңгеруді, логикалық ойлау қабілетін және есеп шығару дағдыларын дамытуға бағытталды.

Қорытынды кезеңде жинақталған деректерді статистикалық және салыстырмалы талдау арқылы өңдеу жүзеге асырылды. Бұл әдістер арқылы бейінді оқытудың оқушылардың оқу мотивациясына, тригонометриялық ұғымдарды меңгеру сапасына және логикалық ойлау қабілетіне әсері дәлелденді.

Диагностикалық кезең. Зерттеудің диагностикалық кезеңінде оқушылардың тригонометрияның негізгі ұғымдары бойынша бастапқы білім деңгейі мен түсініктерін анықтау көзделді. Бұл кезеңде бұрыш пен доғаның градусық және радиандық өлшемдері, тригонометриялық функцияларды анықтау, олардың қасиеттері, келтіру формулалары және тригонометриялық тепе-теңдіктер тақырыптары қамтылды. Диагностикалық жұмыстар Шыныбеков А.Н., «Алгебра және анализ бастамалары» оқулығы негізінде жүргізілді [7-9].

Оқушылардың білім деңгейін анықтау мақсатында арнайы тапсырмалар, ауызша сұрақтар және есеп шығару барысын бақылау әдістері қолданылды. «Бұрыш пен доғаның градусық және радиандық өлшемдері» тақырыбында көптеген оқушылар радиан мен градусты өзара түрлендіруде қателіктер жіберіп, π шамасының мағынасын түсінуде қиындықтарға тап болды. «Тригонометриялық функцияларды анықтау» тақырыбында бірлік шеңбер мен тригонометриялық қатынастар арасындағы байланысты елестете алмау және ширектерге байланысты функция таңбасын дұрыс анықтамау байқалды. «Тригонометриялық

функциялардың қасиеттері» тақырыбында жұп және тақ функциялар, периодтылық ұғымдары бойынша теорияны механикалық жаттау жиі кездесіп, графикалық түсінік әлсіз болды. «Келтіру формулалары» бойынша оқушылар бұрыштың өзгеріс заңдылығын талдамай, формулаларды автоматты түрде қолданғандықтан, ширектердегі таңбаларды анықтауда қателесті. «Тригонометриялық формулалар» тақырыбында формулаларды есте сақтау жақсы болғанымен, оларды түрлендіру және есептер мен дәлелдеулерде қолдану қиындық туғызды.

Диагностикалық кезеңнің нәтижелері оқушылардың тригонометрияны меңгеру барысында бірнеше жүйелі қиындықтарға тап болатынын көрсетті. Атап айтқанда, негізгі мәселелердің бірі – оқу материалдарының визуализациясының жеткіліксіздігі. Көптеген оқушылар бұрыштың радиандық және градусық өлшемдерін елестету мен салыстыруда, тригонометриялық функциялардың графиктерін талдауда қиналды. Сонымен қатар, кеңістіктік ойлау қабілетінің әлсіздігі тригонометриялық шамалардың өзара байланысын түсінуді қиындатты. Бұл жағдай формулаларды мағыналық тұрғыдан түсінуден гөрі механикалық түрде жаттауға бейімділікке әкелді. Нәтижесінде, білім алушылардың теориялық ұғымдарды нақты есептерде қолдану дағдылары төмен болды.

Оқушылардың тригонометрия тарауын меңгеру деңгейін бағалау мақсатында 1-кестеде көрсетілген деңгейлік тапсырмалар негізінде диагностикалық зерттеу жүргізілді. Бұл тапсырмалар оқушылардың теориялық түсініктерін, формулаларды қолдану дағдыларын және есеп шығару барысындағы қиындықтарын айқындауға мүмкіндік берді. Нәтижелер талдау барысында тригонометриялық функциялар мен олардың қасиеттерін, сонымен қатар кері функцияларды меңгеруде бірқатар олқылықтар бар екені анықталды.

1-кесте – 9-сынып тексеру есептері

№	Тақырып атауы	Деңгей	Тапсырма мазмұны
1	2	3	4
1	Бұрыш пен доғаның градусық және радиандық өлшемдері	A	Берілген бұрыштарға сәйкес радиус-вектор қай ширекке тиісті екенін анықтаңыз: 1) 289° ; 3) 300° ; 5) -110° ; 2) 190° ; 4) -20° ; 6) 4200° .
		B	Дұрыс n-бұрыштың бұрыштарын радиан арқылы өрнектеңіз: 1) $n = 3$; 3) $n = 5$; 5) $n = 9$; 2) $n = 4$; 4) $n = 6$; 6) $n = 18$.
		C	Минутына толық 300 айналым жасайтын дискінің бұрыштық жылдамдығын (рад/с) табыңыз.
2	Тригонометриялық функцияларды анықтау	A	Өрнектің мәнін табыңыз: 1) $2\cos 60^\circ + \sqrt{3}\cos 30^\circ$; 2) $5\sin 30^\circ + \operatorname{ctg} 45^\circ$; 3) $2\sin 45^\circ - 4\cos 30^\circ$; 4) $6\operatorname{tg} 60^\circ - 4\sin 60^\circ$.
		B	Өрнекті ықшамдаңыз: 1) $\sin^4 a + \cos^2 a + \sin^2 a \cdot \cos^2 a$ 2) $\sin^4 a - \cos^2 a - \sin^2 a + \cos^2 a$.
		C	Тепе-теңдікті дәлелдеңіз: 1) $\frac{\sin a}{(1 - \cos a)} = \frac{(1 + \cos a)}{\sin a}$; 2) $\frac{(1 - 2\sin^2 a)}{(2\cos^2 a - 1)} = 1$
3	Тригонометриялық функциялардың қасиеттері	A	Функцияның тақ немесе жұп екенін анықтаңыз: 1) $y = x + \cos x$; 2) $y = x^5 \cdot \operatorname{tg} x$.
		B	Мәнін табыңыз: $\sin \frac{5\pi}{6} \cdot \cos \frac{2\pi}{6}$
		C	Төмендегі теңдіктерді қанағаттандыратын бұрыштарды ортақ формуламен жазыңыз: 1) $\sin a = 1$; 3) $\sin a = -1$; 5) $\cos a = 0$; 2) $\sin a = 0$; 4) $\cos a = 1$; 6) $\cos a = -1$.

1	2	3	4
4	Келтіру формулалары	A	Төмендегі өрнектерді а бұрышы арқылы өрнектеңіз: 1) $\sin(\frac{\pi}{2} + a)$; 2) $\cos(2\pi - a)$.
		B	Егер $\operatorname{ctga} = \frac{10}{11}$ болса, онда $\operatorname{ctg}(\frac{3\pi}{2} + a)$ мәнін табыңыз.
		C	36° және 240° бұрыштарының тригонометриялық функцияларының таңбаларын анықтаңыз.
5	Тригонометриялық формулалар	A	Өрнекті ықшамдаңыз: $\frac{1}{(\sin a - 1)} - \frac{1}{(\sin a + 1)}$
		B	1) $(2 - \sin a)(2 + \sin a) + (2 - \cos a)(2 + \cos a) = 7$; 2) $\sin^4 x - \cos^4 x = \sin^2 x - \cos^2 x$.
		C	Тепе-теңдікті дәлелдеңіз: 1) $(\operatorname{ctga} - \cos a)(\sin a + \operatorname{tga}) = (1 + \cos a)(1 - \sin a)$; 2) $1 + \cos a - \sin a - \operatorname{ctga} = (1 - \operatorname{ctga})(1 - \sin a)$.

Бұрыш пен доғаның градусық және радиандық өлшемдері. Бұл тақырыпта оқушылардың негізгі қиындықтары – бұрыштардың градусық және радиандық өлшемдерін ажыратудағы шатасу және 360° пен 2π арасындағы сәйкестікті түсінбеу. Көптеген оқушылар бұрыштың бағытын анықтауда оң/теріс бағыт және радиус-вектордың қай ширекке жататынын табуда қиналады. Мұның себебі – кеңістіктік елестету дағдысының әлсіздігі және бұрыш өлшемдерінің математикалық мағынасын интуитивті түсінбеу.

Тригонометриялық функцияларды анықтау. Оқушылар жиі функциялардың анықталу аймағы мен мәндерінің облысын шатастырады. Сондай-ақ $\sin x, \cos x, \tan x, \operatorname{ctg} x$ функцияларының өзара байланысын формулалар арқылы жазуда және калькуляторсыз есептеулер жүргізуде қателеседі. Бұл - формулаларды механикалық жаттау, бірақ олардың мағынасын түсінбеуден туындайды. Мысалы, «Берілген бұрышқа сәйкес функция мәнін табу» кезінде бірлік шеңбермен жұмыс жасау дағдылары жеткіліксіз.

Тригонометриялық функциялардың қасиеттері. Оқушылар үшін күрделі тұсы – функциялардың тақ-жұп қасиеттерін анықтау және периодтылығын түсіну. Олар үшін келесідей $\sin(-x) = -\sin x$, $\cos(-x) = \cos x$ сияқты қатынастардың мағынасы түсініксіз болғандықтан, көбіне ережені жаттап алады. Сонымен қатар, бұрыштардың ортақ шешімдерін жазуда жалпыланған формулаларды есте сақтамай, тек жекелеген мәндермен шектеледі.

Келтіру формулалары. Келтіру формулалары – оқушылар үшін ең қиын бөлімдердің бірі. Себебі мұнда бұрыштардың таңбасын, ширектерін, және π -мен байланысын дұрыс талдау керек. Оқушылар жиі таңбада көп қателіктер жібереді, яғни «қай ширекте – функция оң, қай ширекте – теріс» деген қағиданы нақты ажыратпайды.

Тригонометриялық формулалар. Бұл тақырыпта оқушылар тепе-теңдіктерді дәлелдеуде, өрнектерді түрлендіруде, және күрделі өрнектерді ықшамдауда қиналады. Себебі әр түрлі формулаларды қосу/азайту формулалары, екі еселі бұрыш формулалары қай кезде қолдану керек екенін ажырата алмайды. Сондай-ақ, $\sin a$, $\cos a$, tga , ctga арасындағы байланыстарды көру үшін логикалық ойлау мен аналитикалық дағдылар жеткіліксіз болады.

9-сыныптағы диагностикалық кезеңнің нәтижелері оқушылардың тригонометрияның бастапқы ұғымдарын түсінуде елеулі олқылықтардың бар екенін көрсетті. Атап айтқанда, көптеген оқушылар бұрыш ұғымының геометриялық және аналитикалық мағынасын ажыратуда, доғаның ұзындығы мен радиандық өлшемнің арасындағы байланысты түсіндіруде қиналды. Сондай-ақ тригонометриялық функциялардың анықтамалары мен олардың қасиеттерін есте сақтауда, графиктерін салуда және нақты есептерде қолдануда қиындықтар байқалды. Бұл кемшіліктер оқушылардың тригонометриялық материалды механикалық жаттау арқылы меңгеретінін, ал ұғымдар арасындағы логикалық байланыстарды терең түсінбейтінін көрсетті. Сонымен қатар, диагностикалық жұмыстар

оқушылардың функционалдық сауаттылығы мен қолданбалы есептерді шешу қабілетінің жеткілікті дамымағанын айқындады. Көптеген оқушылар есептің шартын талдау кезінде математикалық модель құра алмады және формулаларды практикалық контексте пайдалану дағдылары әлсіз болды. Осыған байланысты 10-сыныпта тригонометрия тақырыптары бойынша жүргізілген зерттеу жұмыстары оқушылардың функционалдық және қолданбалы біліктерін дамытуға бағытталды. 10-сыныпқа арналған тапсырмалар жүйесі мен 2-кестеде берілген деңгейлік есептер оқушылардың бұрын меңгерген білімдерін жаңа жағдаяттарда қолдану дағдыларын, күрделі тригонометриялық теңдеулерді шешу біліктерін және функциялардың қасиеттерін талдай алу қабілеттерін анықтауға жағдай жасады. Осы тапсырмалар арқылы оқушылардың тригонометриялық ұғымдарды терең түсінуі, формулаларды шығармашылық тұрғыда қолдануы және математикалық ойлау қабілеттерінің даму деңгейі бағаланды.

2-кесте – 10-сынып тексеру есептері

№	Тақырып атауы	Деңгей	Тапсырма мазмұны
1	Тригонометриялық функциялардың графиктері мен қасиеттері	A	1) $\sin(-x)$, $\cos(-x)$, $\operatorname{tg}(-x)$, $\operatorname{ctg}(-x)$ функцияларының тақ немесе жұп екенін анықтаңыз. 2) $\sin(x+\pi)$, $\cos(x+\pi)$, $\operatorname{tg}(x+\pi)$ мәндерін табыңыз.
		B	1) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ формуласын пайдаланып өрнекті ықшамдаңыз: $\sin^2 x + \cos^2 x - \sin^4 x$. 2) $\operatorname{tg} x = 3$ болғанда $\sin x$ пен $\cos x$ табыңыз.
		C	Тепе-теңдікті дәлелдеңіз: $\frac{(1-\operatorname{tg}^2 x)}{(1+\operatorname{tg}^2 x)} = \cos 2x$.
2	Қосу және айырма формулалары	A	1) $\sin(\alpha+\beta)$, $\cos(\alpha-\beta)$ формулаларын қолданып өрнектің мәнін табыңыз. 2) $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ$.
		B	1) $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ$ мәнін табыңыз. 2) $2\sin 30^\circ \cos 30^\circ$.
		C	Тепе-теңдікті дәлелдеңіз: $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$.
3	Қос бұрыш және жарты бұрыш формулалары	A	1) $\sin 2x$, $\cos 2x$, $\operatorname{tg} 2x$ формулаларын жазыңыз. 2) $x = 30^\circ$ болғанда $\sin 2x$ пен $\cos 2x$ мәнін табыңыз.
		B	Жарты бұрыш формулаларын пайдаланып $\sin(15^\circ)$ және $\cos(15^\circ)$ мәндерін табыңыз.
		C	Дәлелдеңіз: $1 - \cos 2x = 2\sin^2 x$.
4	Тригонометриялық теңдеулер мен теңсіздіктер	A	Төмендегі өрнекті ықшамдаңыз: 1) $(1 - \sin x)(1 + \sin x) = \cos^2 x$; 2) $\sin x + \cos x \leq \sqrt{2}$.
		B	Тепе-теңдікті дәлелдеңіз: 1) $(1 - \operatorname{tg} x)(1 + \operatorname{tg} x) = 1 - \operatorname{tg}^2 x$; 2) $\sin x > \cos x$.
		C	Өрнекті түрлендіріңіз: 1) $(1 - \cos x) / \sin x = \operatorname{tg}(x/2)$; 2) $5\sin^2 x + \sin^2 2x > 4\cos 2x$.

Зерттеу нәтижелері 10-сынып оқушыларының тригонометрия бөлімін меңгеру барысында бірқатар жүйелі қиындықтардың бар екенін айқындады. Біріншіден, тригонометриялық функциялардың графиктерін тұрғызу кезінде оқушылар амплитуда, период және фаза ұғымдарын шатастырып, графиктің түрлену заңдылығын толық түсінбейтіні байқалды. Бұл визуалды және кеңістіктік ойлаудың жеткіліксіз дамығанын көрсетеді.

Екіншіден, кері тригонометриялық функциялар тақырыбында оқушылар $\arcsin$, $\arccos$, $\arctg$ функцияларының анықталу облыстары мен мәндер жиынын дұрыс ажырата алмай, бұрышты табу кезінде жиі қателеседі. Бұл математикалық тілдік дәлдіктің әлсіздігі мен символдық жазылымды түсінудің жеткіліксіздігінен туындайды.

Үшіншіден, тригонометриялық теңдеулерді шешу барысында оқушылар қосымша түбірлерді ескермеу, жалпы шешім формуласын дұрыс жазбау, бұрыштарды радиандық өлшемде есептегенде шатасу сияқты қателіктерге жол береді. Бұл формулаларды механикалық жаттау мен логикалық талдаудың болмауымен түсіндіріледі.

Төртіншіден, тригонометриялық тепе-теңдіктер мен түрлендірулер бойынша қиындықтар жиі кездеседі. Көптеген оқушылар формулаларды есте сақтағанымен, оларды түрлендіруде дұрыс стратегияны таңдауда қиналады. Бұл олардың есеп шығару процесінде жүйелілік пен дәлелдеудің логикасын жеткілікті деңгейде меңгермегенін көрсетеді.

Бесіншіден, тригонометриялық өрнектерді нақты есептерде қолдану кезінде оқушылар бірнеше формуланы бір уақытта пайдалану барысында шатасып, аралық нәтижелердің математикалық мәнін түсінбей қателікке жол береді. Мұндай жағдай аналитикалық ойлау мен есептерді кезең-кезеңімен шешу дағдысының әлсіздігін көрсетеді.

Соңғысы, тригонометриялық функцияларды физикалық немесе өмірлік есептерде қолдану барысында оқушылар нақты процестерді математикалық модельге айналдыруда қиындық көреді. Олар бұрыштық шамалар мен периодтық қозғалыстарды өмірлік мысалдармен байланыстыруда қиналады, бұл пәнішілік және пәнаралық байланыстың жеткіліксіздігін байқатады.

Жалпы алғанда, 10-сыныптағы диагностикалық және тәжірибелік кезеңдердің нәтижелері тригонометрияны оқытуда визуалды және интерактивті тәсілдерді жүйелі енгізудің қажеттілігін дәлелдейді. Бұл тәсілдер оқушылардың кеңістіктік ойлау қабілетін дамытуға, формулалардың мағынасын терең түсінуге және есеп шығару дағдыларын жетілдіруге мүмкіндік береді.

Тәжірибелік кезеңде 9-сынып оқушыларының тригонометриялық тақырыптар бойынша диагностикалық кезеңде анықталған қиындықтарын жоюға бағытталған әдістемелер қолданылды. Бұрыш пен доғаның градустық және радиандық өлшемдері тақырыбында оқушылар радиан мен градус арасындағы байланысты шатастырып, π мәнін түсінуде қиындықтарға тап болды. Бұл мәселені шешу үшін оқыту процесі *GeoGebra* және *Desmos* сияқты заманауи технологиялар арқылы ұйымдастырылды.

Тригонометриялық функцияларды анықтау тақырыбында бірлік шеңбер мен тригонометриялық қатынастар арасындағы байланысты түсінбеу және функция таңбасын дұрыс анықтамау байқалды.

Оқушылардың осы қиындықтарын жеңу үшін *GeoGebra* бағдарламасында графиктер арқылы тәжірибелік тексеру әдісі қолданылды, бұл теорияны визуалды тұрғыда меңгеруге мүмкіндік берді [10].

Келтіру формулалары тақырыбында оқушылар формулаларды автоматты түрде қолдана отырып, ширектердегі таңбаларды шатастырды. Бұл мәселені шешу үшін *GeoGebra CAS* және *Jupyter Notebook* арқылы бұрыштарды кадамдық түрде интерактивті түрлендіру әдісі енгізілді. Нәтижесінде, оқушылар формулаларды логикалық тұрғыда қолдануды үйреніп, қателіктерді азайтты [11].

Тригонометриялық формулалар тақырыбында формулаларды ықшамдау және теңдіктерді дәлелдеуде қиындықтар туындады. Оларды шешу үшін *GeoGebra CAS*, *Desmos* және *Jupyter Notebook* платформаларында кадамдық түрлендіру және теңдіктерді дәлелдеу әдістері қолданылды. Бұл оқушыларға формулаларды аналитикалық тұрғыда қолдануды үйретіп, логикалық ойлау қабілетін дамытуға мүмкіндік берді [12].

Жалпы, тәжірибелік кезеңде қолданылған заманауи технологиялар диагностикалық кезеңде анықталған барлық негізгі қиындықтарды тиімді шешуге бағытталды және оқушылардың тригонометриялық ұғымдарды терең меңгеруіне, аналитикалық және визуалды ойлау қабілетін дамытуға ықпал етті.

Осы 9-сыныптағы тәжірибелік кезеңде алынған нәтижелер мен әдістемелердің тиімділігі негізінде, 10-сынып оқушыларына арналған тригонометриялық тақырыптар бойынша да диагностикалық кезеңде анықталған қиындықтарды шешуге бағытталған әдістемелер енгізілді.

Тригонометриялық теңдеулер тақырыбында оқушылар теңдеулерді қадам-қадамымен шешуде және қосымша түбірлерді табуда қиындықтарға тап болды. Бұл мәселені шешу үшін *GeoGebra CAS* және *Jupyter Notebook* арқылы қадамдық шешу әдістері қолданылды. Нәтижесінде оқушылар теңдеулерді жүйелі шешуді үйреніп, радиан мен градус арасындағы түрлендірулерді дұрыс меңгерді [13].

Осы қиындықтарды жою мақсатында *GeoGebra* және *Desmos* платформаларында интерактивті графиктер арқылы кері функция мәндерін тексеру әдісі енгізілді. Бұл тәсіл оқушыларға кері функцияларды дұрыс түсінуге және практикалық есептерді шығаруға мүмкіндік берді [14].

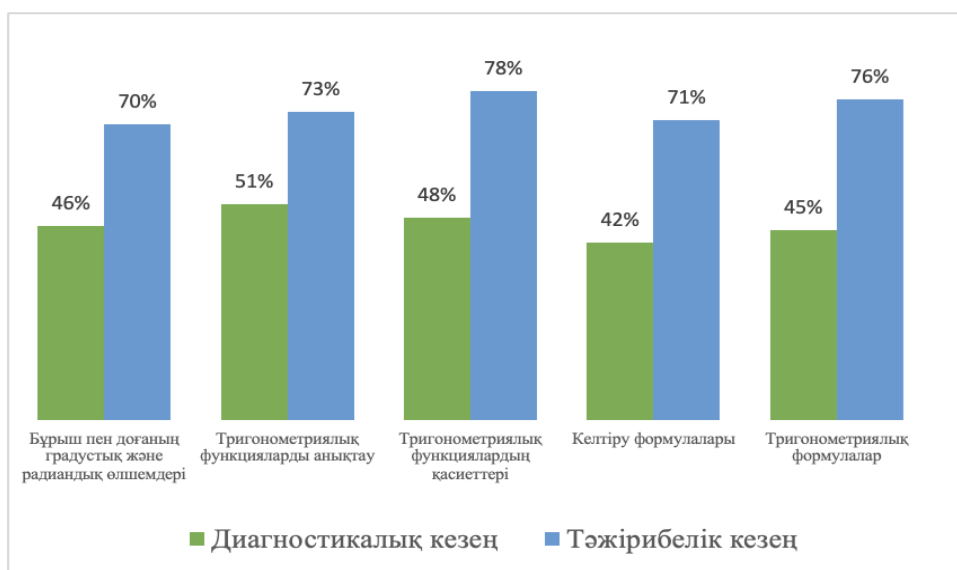
Формулалар мен қосынды-азайту тақырыбында формулаларды дұрыс қолданбау және таңбаларды шатастыру проблемасы туындады. Бұл мәселені шешу үшін *GeoGebra CAS* арқылы қадамдық түрлендіру әдісі қолданылды. Нәтижесінде оқушылар формулаларды логикалық тұрғыда қолдануды үйреніп, қателіктерін азайтты [15].

Тригонометриялық теңдеулер мен теңсіздіктерді дәлелдеуде оқушылардың механикалық жаттау әдеті мен логикалық байланыстарды түсінбеуі байқалды. Бұл қиындықтарды шешу үшін интерактивті тексеру және қадамдық дәлелдеу әдістері қолданылып, оқушылар тепе-теңдіктерді аналитикалық және визуалды түрде дәлелдеуді үйренді.

Күрделі практикалық есептер тақырыбында көпсатылы есептерді шешу және аналитикалық ойлау жеткіліксіздігі анықталды. Осы мәселені шешу үшін *Jupyter Notebook* және *Desmos* платформаларында көпсатылы есептерді шығару әдісі енгізілді. Бұл оқушыларға теорияны практикалық есептермен байланыстыруға және логикалық жүйелілікті дамытуға мүмкіндік берді [16].

Жалпы, тәжірибелік кезеңде қолданылған инновациялық әдістер диагностикалық кезеңде анықталған барлық негізгі қиындықтарды тиімді шешуге бағытталды және оқушылардың тригонометриялық ұғымдарды терең меңгеруіне, сондай-ақ аналитикалық және визуалды ойлау қабілеттерін дамытуға ықпал етті.

Зерттеу нәтижелері мен талқылаулар. Тәжірибелік зерттеу барысында 9 және 10-сынып оқушыларының тригонометриялық тақырыптар бойынша диагностикалық кезеңде анықталған қиындықтары бағаланды және арнайы әдістемелік әдістерді қолдану арқылы шешілді.



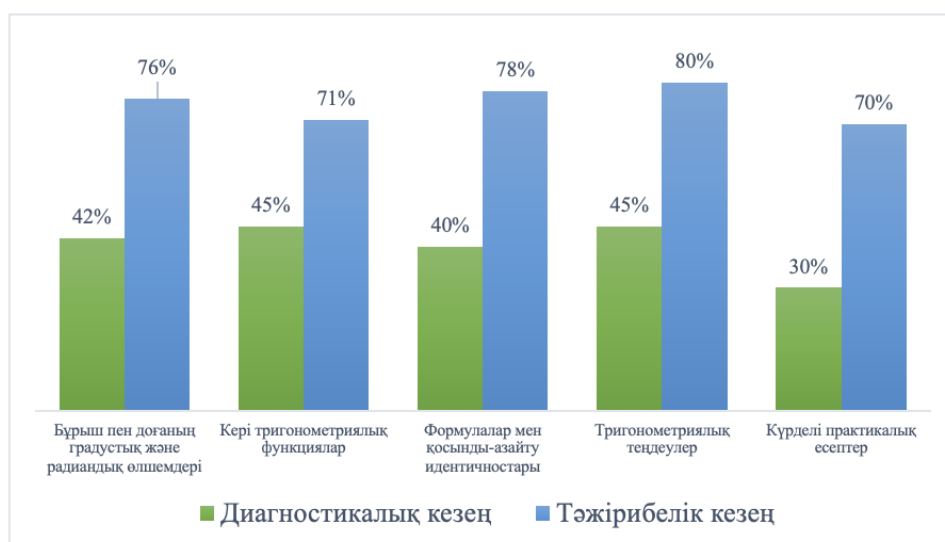
1-сурет – 9-сынып оқушыларының диагностикалық және тәжірибелік кезеңдегі қателік пен жетістік пайызы

Диагностикалық кезеңде 9-сынып оқушыларының «Бұрыш пен доғаның градустық және радиандық өлшемдері» тақырыбында радиан мен градус арасындағы байланыс пен π мәнін шатастыруы 46% деңгейінде байқалды. Тәжірибелік кезеңде GeoGebra арқылы интерактивті бұрыш түрлендіру тапсырмалары қолданылғаннан кейін, қателік деңгейі төмендеп, оқушылардың кеңістіктік ойлау қабілеті 24%-ға жақсарды.

«Тригонометриялық функцияларды анықтау» тақырыбында диагностикалық кезеңде дұрыс жауап беру пайызы 51% болса, Desmos және GeoGebra платформаларында интерактивті графиктер арқылы функция мәндерін есептеу әдісі енгізілген соң, бұл көрсеткіш 73%-ке жетті.

«Тригонометриялық функциялардың қасиеттері» тақырыбында оқушылардың графикалық түсінігі әлсіз болды. Графиктер арқылы тәжірибелік тексеру әдісі қолданылғаннан кейін, дұрыс жауап деңгейі 78%-ке жетті.

«Келтіру формулалары» және «тригонометриялық формулалар» тақырыптарында қадамдық түрлендіру әдісі енгізілді. Нәтижесінде формулаларды дұрыс қолдану көрсеткіші 45%-тен 76%-ге дейін өсті. Жоғарыда айтылып кеткен диагностикалық пен тәжірибелік кезеңдер барысындағы өзгерістерді 1-Суретте гистограмма түрінде көрсетілген.



2-сурет – 10-сынып оқушыларының диагностикалық және тәжірибелік кезеңдегі қателік пен жетістік пайызы

2-суретте көрсетілгендей 10-сынып оқушыларының тәжірибелік кезеңдегі негізгі қиындықтары күрделі практикалық есептер мен кері функцияларды меңгеруге қатысты болды. Диагностикалық кезеңде теңдеулерді қадам-қадамымен шешу және қосымша түбірлерді табу қабілеті 42% деңгейінде болды. GeoGebra CAS арқылы қадамдық шешу әдісі қолданылған соң, дұрыс шешу көрсеткіші 76%-ке дейін артты.

Кері тригонометриялық функциялар тақырыбында $\arcsin$, $\arccos$ және $\arctg$ функцияларының мәнін дұрыс анықтау деңгейі 45% болса, интерактивті графиктер арқылы кері функция мәндерін тексеру әдісі енгізілгеннен кейін 71%-ке жетті.

Формулалар мен қосынды-азайту идентичностары тақырыбында формулаларды дұрыс қолдану қабілеті 40%-тен 78%-ге көтерілді. Тригонометриялық теңдеулер дәлелдеу қабілеті 45%-тен 80%-ке жақсарды. Күрделі практикалық есептерді шығару барысында аналитикалық ойлау қабілеті 30%-тен 70%-ке артты.

Тәжірибелік кезеңде қолданылған заманауи технологиялар кезеңде анықталған барлық негізгі қиындықтарды тиімді шешуге мүмкіндік берді. Нәтижесінде, оқушылардың тригонометриялық ұғымдарды меңгеру деңгейі артты, аналитикалық және визуалды ойлау

қабілеттері дамыды. Пайдаланылған әдістер әр тақырыпқа нақты бағытталған және заманауи оқыту технологияларын қолдану арқылы білім сапасын жақсартты [17].

Зерттеу нәтижелері қазіргі заманғы оқыту технологияларын бейінді оқыту жүйесіне интеграциялау тригонометрияны меңгеруде айтарлықтай оң әсер беретінін көрсетті. Диагностикалық кезеңде оқушылардың бұрыш пен доғаның өлшемдерін шатастыру, тригонометриялық функциялардың мәндерін анықтау мен қасиеттерін талдауда қиындықтар байқалды. Алайда тәжірибелік кезеңде GeoGebra, Desmos және Jupyter Notebook платформаларын пайдалану оқушылардың нәтижелерін 30–40% аралығында жақсартуға мүмкіндік берді. Бұл қорытынды халықаралық зерттеулермен де сәйкес келеді.

Kissane және Kemp еңбегінде тригонометрияны оқытуда визуалды технологиялардың тиімділігі ерекше атап өтілген [18]. Авторлар интерактивті модельдеу оқушылардың бұрыш, доға және функция арасындағы байланыстарды нақты қабылдауына мүмкіндік беретінін дәлелдеген. Santiago да өз еңбегінде GeoGebra қолданудың тригонометриялық функцияларды түсінуге және оқушылардың қызығушылығын арттыруға оң әсерін көрсетеді. Біздің зерттеу нәтижелері де осы бағыттағы ұқсас үрдісті растайды — технологиялық қолдау оқушылардың танымдық белсенділігін арттырды және формулаларды қолдану дәлдігін жоғарылатты.

Baidoo мен Luneta жүргізген зерттеу blended learning (аралас оқыту) әдісінің тригонометрияның кеңістіктік мазмұнын меңгерудегі тиімділігін көрсетті. Авторлардың пікірінше, дәстүрлі және сандық оқыту тәсілдерінің үйлесімі студенттердің жетістіктерін орта есеппен 19% арттырған. Біздің жұмыста да осындай нәтиже байқалды: бейінді оқыту және заманауи технологияларды біріктіру нәтижесінде тригонометриялық формулаларды қолданудағы қателер едәуір төмендеді.

Сонымен қатар, отандық педагогикалық тәжірибеде де заманауи технологияларды қолдану бойынша оң өзгерістер байқалуда. Мысалы, Жұмаділова зерттеуінде қазақ мектептерінде цифрлық платформаларды қолдану оқушылардың аналитикалық ойлау мен логикалық дәлелдеуге деген қызығушылығын арттыратыны атап өтіледі [12]. Бұл нәтиже біздің зерттеу қорытындыларымен үндес келеді және бейінді оқыту жүйесінің тиімділігін дәлелдейді. Жалпы, зерттеу қорытындылары көрсеткендей, қазіргі заманғы оқыту технологияларын бейінді оқыту үдерісіне енгізу тригонометрияны оқытудың тиімділігін арттырудың негізгі факторларының бірі болып табылады. Бұл тәсіл оқушылардың білім сапасын арттырып қана қоймай, пәнге деген ынтасын, визуалды ойлау мен зерттеушілік қабілеттерін дамытады. Алынған нәтижелер технологиялық құралдарды жүйелі пайдалану оқушылардың логикалық және визуалды ойлау қабілетін дамытуға мүмкіндік беретінін көрсетті, бұл Tall және Kozma еңбектеріндегі тұжырымдармен сәйкес келеді [12-13].

Қорытынды. Зерттеу барысында қазіргі заманғы оқыту технологиялары мен бейінді оқытудың тригонометрияны меңгерудегі тиімділігі жан-жақты талданды. Диагностикалық кезең нәтижесінде оқушылардың бұрыш пен доға өлшемдерін, тригонометриялық функциялардың қасиеттерін қолдануда қиындықтар бар екені анықталды. Тәжірибелік кезеңде GeoGebra және Desmos сияқты заманауи құралдарды пайдалану оқушылардың пәнге деген қызығушылығын арттырып, логикалық және кеңістіктік ойлау қабілеттерін дамытуға мүмкіндік берді.

Алынған нәтижелер бейінді оқытуды цифрлық технологиялармен ұштастыру оқу үдерісін жекелендіріп, оқушылардың оқу мотивациясын арттыратынын көрсетті. Бұл зерттеу қазіргі математиканы оқыту әдістемесіне жаңа әдістемелік бағыт ұсынады және мұғалімдердің цифрлық құзыреттілігін жетілдіруге практикалық негіз болады.

Әдебиеттер:

- [1] **Әбілқасымова, А.Е.** Педагогика және білім берудегі инновациялар: оқу құралы. – Алматы: Қазақ университеті, 2020. – 164 б.
- [2] **Bruner, J. S.** The Culture of Education. – Cambridge, MA: Harvard University Press, 1996. – 240 p.

- [3] **Vygotsky, L.S.** Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes. – Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978. – 159 p.
- [4] **Kozma, R.B.** Technology and classroom practices: An international study // Journal of Research on Technology in Education, 2003. – 36(1). – P. 1-14.
- [5] OECD. Teaching in the Digital Age: OECD Digital Education Outlook: бір томдық монография. – Paris: OECD Publishing, 2021. – 252 p.
- [6] **Mishra, P., & Koehler M.J.** Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge // Teachers College Record, 2006. – 108(6). – P. 1017-1054.
- [7] **Қалиев, С.** Педагогика: оқу құралы. – Алматы: «Білім» баспасы, 2016. – 320 б.
- [8] **Шыныбеков, А.Н.** Алгебра және анализ бастамалары: 9-сынып: оқулық. – Алматы, 2019. – 240 б.
- [9] **Шыныбеков, А.Н.** Алгебра және анализ бастамалары: 10-сынып: оқулық. – Алматы, 2019. – 272 б.
- [10] GeoGebra Manual. Interactive Mathematics Learning Tools: Teaching and Methodical Resource [Electronic resource]. – 2023. – 391 p. – URL: <https://www.geogebra.org/manual> (accessed: 02.04.2025)
- [11] **Baidoo, I., Luneta K.** Blended learning in mathematics: Enhancing spatial understanding through technology // London: Routledge, 2024. – 333-343 pp. URL: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1430561.pdf> (accessed: 02.04.2025).
- [12] **Жұмаділова, А.** Қазақ мектептерінде цифрлық платформаларды пайдалану арқылы оқушылардың аналитикалық ойлауын дамыту // Қазақстан педагогикалық зерттеулері журналы, 2023. – № 2(38). – Б. 74-82.
- [13] **Kozma, R.** Technology, innovation, and educational change: A global perspective: single-volume monograph. – Eugene, OR: International Society for Technology in Education, 2003. – 301 p.
- [14] **Tall, D.** How humans learn to think mathematically: Exploring the three worlds of mathematics: single-volume monograph. – Cambridge: Cambridge University Press, 2013. – 484 p.
- [15] **Santiago, J.** Technology integration in teaching trigonometric concepts: Modern approaches for secondary education // New York: Springer Education, 2024. – 149-167 pp. URL: <https://sevenpubl.com.br/editora/article/view/4837> (accessed: 15.04.2025).
- [16] Desmos Learning. Exploring Mathematical Functions Interactively: Teaching and Methodical Resource [Electronic resource]. – 2023. – 53 p. – URL: <https://www.desmos.com> (accessed: 02.04.2025).
- [17] **Жайдакбаева, Л.К., Естай К.Б.** Цифрлы педагог – нәтижелі білім берудің кепілі // атематика, физика және информатиканы оқытудың өзекті мәселелері, 2025. – № 1 (9). – 46-53 бб. <https://doi.org/10.52081/mpimet.2025.v09.i1.052>
- [18] **Kissane, B., Kemp M.** Teaching and learning trigonometry with technology. – Perth: Murdoch University Press // Mathematics and Technology Conference, 2009. – 11 p. URL: https://atcm.mathandtech.org/ep2009/papers_full/2812009_17288.pdf (accessed: 12.09.2025).

References:

- [1] **Abilqasymova, A.E.** Pedagogika zhane bilim berudegi innovacijalar: oqu quraly. – Almaty: Qazaq universiteti, 2020. – 164 b. [in Kazakh]
- [2] **Bruner, J. S.** The Culture of Education. – Cambridge, MA: Harvard University Press, 1996. – 240 p.
- [3] **Vygotsky, L.S.** Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes. – Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978. – 159 p.
- [4] **Kozma, R.B.** Technology and classroom practices: An international study // Journal of Research on Technology in Education, 2003. – 36(1). – P. 1-14.
- [5] OECD. Teaching in the Digital Age: OECD Digital Education Outlook: bir tomдық monografiya. – Paris: OECD Publishing, 2021. – 252 p.
- [6] **Mishra, P., & Koehler M.J.** Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge // Teachers College Record, 2006. – 108(6). – P. 1017-1054.
- [7] **Qaliev, S.** Pedagogika: oqu quraly. – Almaty: «Bilim» baspasy, 2016. – 320 b. [in Kazakh]
- [8] **Shynybekov, A.N.** Algebra zhane analiz bastamalary: 9-synyp: oqulyq. – Almaty, 2019. – 240 b. [in Kazakh]
- [9] **Shynybekov, A.N.** Algebra zhane analiz bastamalary: 10-synyp: oqulyq. – Almaty, 2019. – 272 b. [in Kazakh]

- [10] GeoGebra Manual. Interactive Mathematics Learning Tools: Teaching and Methodical Resource [Electronic resource]. – 2023. – 391 p. – URL: <https://www.geogebra.org/manual> (accessed: 02.04.2025)
- [11] **Baidoo, I.**, Luneta K. Blended learning in mathematics: Enhancing spatial understanding through technology // London: Routledge, 2024. – 333-343 pp. URL: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1430561.pdf> (accessed: 02.04.2025).
- [12] **Zhumadilova, A.** Qazaq mektepterinde cifrlyq platformalardy pajdalanu arqyly oqushylardyn analitikalyqojlauyn damytu // Qazaqstan pedagogikalyq zertteuleri zhurnaly, 2023. – № 2(38). – B. 74-82. [in Kazakh]
- [13] **Kozma, R.** Technology, innovation, and educational change: A global perspective: single-volume monograph. – Eugene, OR: International Society for Technology in Education, 2003. – 301 p.
- [14] **Tall, D.** How humans learn to think mathematically: Exploring the three worlds of mathematics: single-volume monograph. – Cambridge: Cambridge University Press, 2013. – 484 p.
- [15] **Santiago, J.** Technology integration in teaching trigonometric concepts: Modern approaches for secondary education // New York: Springer Education, 2024. – 149-167 pp. URL: <https://sevenpubl.com.br/editora/article/view/4837> (accessed: 15.04.2025).
- [16] Desmos Learning. Exploring Mathematical Functions Interactively: Teaching and Methodical Resource [Electronic resource]. – 2023. – 53 p. – URL: <https://www.desmos.com> (accessed: 02.04.2025).
- [17] **Zhajdakbaeva, L.K.**, Estaj K.B. Cifrlıy pedagog – natizheli bilim berudin kepili // matematika, fizika zhane informatikany oqytudyn ozekti maseleleri, 2025. – Vol. 1, N 9. <https://doi.org/10.52081/mpimet.2025.v09.i1.052> [in Kazakh]
- [18] **Kissane, B.**, Kemp M. Teaching and learning trigonometry with technology. – Perth: Murdoch University Press // Mathematics and Technology Conference, 2009. URL: https://atcm.mathandtech.org/ep2009/papers_full/2812009_17288.pdf (accessed: 12.09.2025).

СОВРЕМЕННЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ПРОФИЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ: НА ПРИМЕРЕ ТРИГОНОМЕТРИИ

Ибраев Ш.Ш., кандидат физико-математических наук, ассоциированный профессор
Закир А.Б., магистрант 2 курса по ОП 7М01510 – «Подготовка педагогов по математике»

Кызылординский университет имени Коркыт Ата, г. Кызылорда, Казахстан

Аннотация. В статье рассматривается взаимосвязь современных образовательных технологий и профильного обучения на примере преподавания тригонометрии. Основная цель исследования заключается в определении влияния использования современных цифровых технологий в условиях профильного обучения на учебную мотивацию учащихся и качество усвоения ими тригонометрических понятий. Для достижения поставленной цели исследование было проведено в диагностическом и экспериментальном этапах. Результаты диагностического этапа выявили наличие пробелов в знаниях учащихся, связанных с смешением градусной и радианной мер углов и дуг, а также с типичными ошибками при применении тригонометрических функций. В ходе экспериментального этапа было установлено, что эффективное использование информационно-коммуникационных технологий и профильных заданий способствует повышению познавательной активности учащихся и усилению их интереса к предмету. Полученные результаты показали, что интеграция данных подходов развивает логическое мышление учащихся, улучшает их учебные достижения и формирует навыки самостоятельной работы. Кроме того, применение цифровых инструментов в профильном обучении создает условия для индивидуализации учебного процесса, способствует осознанному построению учащимися собственной образовательной траектории, а также развитию математической грамотности и исследовательских способностей. Таким образом, использование современных технологий в сочетании с профильным обучением при преподавании тригонометрии является эффективным и результативным методическим инструментом.

Ключевые слова: современные образовательные технологии, профильное обучение, тригонометрия.

MODERN EDUCATIONAL TECHNOLOGIES AND PROFILE-BASED LEARNING: THE CASE OF TRIGONOMETRY

Ibraev Sh.Sh., Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Zakir A.B., 2nd-year Master's student in Educational Program Teachers of Mathematics

Korkyt Ata Kyzylorda University, Kyzylorda city, Kazakhstan

Annotation. The article examines the relationship between modern educational technologies and profile-based instruction through the example of teaching trigonometry. The main objective of the study is to determine the impact of using contemporary digital technologies in the context of profile-oriented learning on students' academic motivation and the quality of their mastery of trigonometric concepts. To achieve this goal, the research was conducted through diagnostic and experimental stages. The diagnostic stage revealed significant gaps in students' knowledge, including confusion between degree and radian measures of angles and arcs, as well as common errors in applying trigonometric functions. During the experimental stage, it was found that the effective integration of information and communication technologies and profile-oriented tasks enhanced students' cognitive engagement and increased their interest in the subject. The results demonstrated that combining these approaches not only develops students' logical thinking and improves their academic performance but also contributes to the formation of independent learning skills. Moreover, the use of digital tools in profile-based instruction creates conditions for the individualization of the learning process, enabling students to consciously construct their own educational trajectory while enhancing their mathematical literacy and research abilities. Thus, integrating modern technologies with profile-oriented teaching in trigonometry proves to be an effective and results-driven methodological tool.

Keywords: modern educational technologies, profile-based learning, trigonometry.