

ФИЗИКАЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУДЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУЛЕРДІ ҚОЛДАНУ

Медеубаев Н.Қ., PhD, қауымдастырылған профессор
medeubaev65@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-9622-9584>

Қырықпа М.Б.*, «Математика» білім беру бағдарламасының 2-курс магистранты
Marzhan.begalykyzy@mail.ru <https://orcid.org/0009-0004-5463-1403>

*Академик Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды Ұлттық Зерттеу университеті,
Қарағанды қ., Қазақстан*

Аңдатпа. Мақалада бірінші және екінші ретті дифференциалдық теңдеулердің физикалық мазмұндағы есептерді шешудегі орны мен қолданылуы жан-жақты қарастырылады. Дифференциалдық теңдеулер – табиғат құбылыстары мен техникалық процестердің заңдылықтарын сипаттайтын әмбебап математикалық аппарат болып саналады. Олар механикалық қозғалысты, денелердің тербелістерін, толқындық процестерді, жылу өткізгіштік пен жылу алмасуды, гидродинамикалық ағындарды, сондай-ақ электр тізбектеріндегі тоқтың таралуын модельдеуде кеңінен қолданылады. Мұндай теңдеулердің құрылымында тәуелсіз айнымалылар, белгісіз функциялар және олардың туындылары әртүрлі комбинацияда кездесіп, нақты есептің мазмұнына сәйкес өзгереді. Бірінші ретті теңдеулер, әдетте, жүйенің бастапқы күйін анықтауға және оның уақыт бойынша өзгерісін сипаттауға мүмкіндік береді. Ал екінші ретті теңдеулер күрделі динамикалық процестерді, әсіресе механикалық тербелістер мен электрлік тербелістерді, толқындық қозғалыстарды зерттеуде шешуші мәнге ие. Дифференциалдық теңдеулердің басты ерекшелігі – белгісіз шаманың бір мәнін табу емес, оның толық функционалдық заңдылығын анықтау қажеттігі болып табылады. Бұл қасиет оларды алгебралық теңдеулерден түбегейлі ажыратып, физикалық процестерді дәл әрі толық бейнелеуге мүмкіндік береді. Сондықтан да, дифференциалдық теңдеулер қазіргі ғылым мен техникада күрделі құбылыстарды модельдеудің негізгі әрі сенімді әдісі ретінде ерекше маңызға ие.

Тірек сөздер: математика, физика, дифференциалдық теңдеулер, алғашқы шарт, физикада қолданылуы.

Кіріспе. Қазіргі таңда ғылым мен техниканың қарқынды дамуы математикалық әдістердің, әсіресе дифференциалдық теңдеулердің маңызын айрықша арттыруда. Дифференциалдық теңдеулер – табиғаттағы және техникадағы құбылыстардың өзгерісін сипаттайтын әмбебап тіл ретінде қарастырылады. Бұл теңдеулер кез келген физикалық шамалардың уақытқа, кеңістікке немесе басқа да параметрлерге тәуелділігін бейнелей отырып, күрделі жүйелердің ішкі заңдылықтарын анықтауға мүмкіндік береді.

Физикалық процестердің басым көпшілігі – механикалық қозғалыс, денелердің тербелісі, толқындардың таралуы, электр тізбектерінің жұмысы, сұйықтар мен газдардың динамикасы – барлығы дифференциалдық теңдеулер арқылы сипатталады. Мұндай теңдеулер тек нақты құбылысты сандық тұрғыдан бейнелеп қана қоймай, оның сапалық ерекшеліктерін де анықтауға жол ашады. Мәселен, дененің қозғалыс траекториясын табу, электр тогының уақыт бойынша өзгерісін есептеу немесе толқынның таралу жылдамдығын анықтау кезінде дифференциалдық теңдеулер негізгі математикалық аппарат ретінде қолданылады.

Сонымен қатар, дифференциалдық теңдеулерді қолдану тек физика және математикамен шектелмей, биологияда популяциялар динамикасын модельдеуде, экономикада қаржы нарықтарының өзгерісін болжауда, инженерлік салада жаңа құрылғыларды жобалауда кеңінен қолданылады. Яғни, олардың әмбебаптығы ғылымның түрлі салаларындағы зерттеулердің негізін құрайды.

Дифференциалдық теңдеулерді оқыту және шешу мәселесі бойынша әдістемелік оқулықтар жазған ғалым-әдіскерлер: Н.Я. Виленкин, Б.П. Демидович, П.Й. Эрдниев [1-3]. және т.б. атауға болады. Дифференциалдық теңдеулерді зерттеуде Отандық ғалымдарда зор

үлес қосып келеді, олардың еңбектерінде теориялық материалдар жеткілікті баяндалған, алайда нақты әдістемелік құралдар жеткіліксіз екенін көреміз [4-9]. Осы тұрғыдан алғанда, дифференциалдық теңдеулерді зерттеу және оларды нақты физикалық есептерді шешуге пайдалану қазіргі заман ғылымының өзекті бағыттарының бірі болып табылады. Мұндай зерттеулер математикалық теорияны тереңдетіп қана қоймай, практикалық есептерді шешуде тиімді әдістемелер ұсынуға мүмкіндік береді.

Қазіргі уақытта әртүрлі ғылымдардың білімін біріктіре білу және оларды практикада тиімді қолдану маңызды. Пәнаралық интеграция әр түрлі ғылымдардан алынған фрагменттік білімнің жүйеге қосылуына, жақсы игерілуіне және оқушылардың жадында ұзақ уақыт сақталуына ықпал етеді. Математикада да, жаратылыстану пәндерінде де оқытылатын ұғымдар бар, ал шамалар арасындағы тәуелділікті білдірудің физикалық құралдары физикамен байланысты пәндерді зерттеуде қолданылады.

Қазіргі ғылым мен техника дамуында дифференциалдық теңдеулердің маңызы ерекше. Олар табиғи және техникалық жүйелердің динамикасын сипаттаудың әмбебап құралы болып саналады. Механикалық қозғалыс, тербелістер, толқындық құбылыстар, электр тізбектерінің жұмысы немесе сұйықтар мен газдардың қозғалысы – барлығы да белгілі бір дифференциалдық теңдеулер арқылы модельденеді. Мұндай теңдеулер нақты процестердің уақытқа, кеңістікке немесе өзге параметрлерге тәуелділігін анықтауға мүмкіндік береді.

Зерттеу материалдары мен әдістері. Бірінші және екінші ретті дифференциалдық теңдеулер ең қарапайым және ең жиі қолданылатын түрлерге жатады. Олар физикалық есептерді шешуде айрықша орын алады, себебі көптеген құбылыстардың математикалық моделі дәл осы теңдеулер арқылы өрнектеледі. Мәселен, бірінші ретті теңдеулер дененің жылдамдығы мен үдеуі арасындағы байланысты сипаттай алса, екінші ретті теңдеулер тербелістер мен толқындық процестердің негізгі заңдылықтарын бейнелейді. Осы тұрғыдан алғанда, дифференциалдық теңдеулердің теориялық негіздері мен қолданылуын қарастыру ғылымды меңгерудің маңызды бөлігі болып табылады. Физикадағы есептердің басым көпшілігі дифференциалдық теңдеулерді шешу қажеттілігіне алып келеді. Мұны көптеген физикалық заңдардың белгілі бір функцияларға қатысты дифференциалдық теңдеулер болып табылуымен түсіндіруге болады. Физикалық заңдар көптеген тәжірибелердің теориялық қорытуы ретінде қарастырылады және ізделінді шамалардың кеңістікте әрі уақытта өзгеруін сипаттайды. Мысалы, Ньютонның екінші заңы екінші ретті дифференциалдық теңдеу болып табылады.

$$m \frac{d^2 * r}{dt^2} = F(r, v, t).$$

Дифференциалдық теңдеулердің жалпы және теориялық физикадағы аса зор маңызын ескере отырып, есептерде жиі кездесетін кейбір түрлерін интегралдаудың негізгі ұғымдары мен әдістерін қарастырайық. Дифференциалдық теңдеу – тәуелсіз айнымалылар мен осы айнымалылардың белгісіз функцияларынан басқа, белгісіз функциялардың туындыларын да қамтитын теңдеу [10].

Белгісіз функцияның туындыларының ішіндегі ең жоғарғы ретті туындысы дифференциалдық теңдеудің реті деп аталады. Бірінші ретті дифференциалдық теңдеу деп тәуелсіз айнымалыны, ізделінді функцияны және оның бірінші ретті туындысын байланыстыратын теңдеуді айтамыз [11]. Дифференциалдық теңдеулерді құрастыруда көбінесе мына тәсілдер қолданылады:

- ✓ Ізделінді шаманың туындысына белгілі физикалық заңдарды және туындының физикалық мағынасын пайдалана отырып шарт жазу;
- ✓ Қай шаманың тәуелсіз айнымалы, ал қай шаманың тәуелді айнымалы болатынын анықтау;
- ✓ Тәуелсіз айнымалының D_x өсімшесі болған жағдайда тәуелді шаманың өсімшесі D_y үшін сызықтық жуықтап табу;

✓ D_y -ті D_x -ке бөліп, $D_x \rightarrow 0$ шегіне өткенде дифференциалдық теңдеуді алу.

Енді бірінші ретті дифференциалдық теңдеудің қолданылуына нақты мысал қарастырайық:

Нәтижелер және талқылау. Зерттеу барысында дифференциалдық теңдеулердің әртүрлі типтері физикалық процестерді сипаттау үшін қолданылатындығына көз жеткіздік. Бірінші және екінші ретті дифференциалдық теңдеулер арқылы механикалық қозғалыс пен тербелістер есептері шешілді. Атап айтқанда, дененің еркін құлауы немесе бастапқы жылдамдықпен қозғалысы Ньютон заңдарына сүйене отырып, қарапайым дифференциалдық теңдеулер түрінде өрнектелді. Ал гармониялық тербелістерді сипаттау кезінде екінші ретті теңдеулердің шешімі дененің тепе-теңдік күйінен ауытқуын уақытқа тәуелді түрде анықтауға мүмкіндік берді.

Сонымен қатар, толқындық процестерді зерттеу барысында бірөлшемді толқын теңдеуі қарастырылды. Бұл теңдеу толқынның кеңістікте таралуын сипаттап, әртүрлі шекаралық шарттарға байланысты шешімдерінің ерекшелігін көрсетті. Электр тізбектерін талдауда Кирхгоф заңдары негізінде алынған дифференциалдық теңдеулер қолданылды. Мұндай теңдеулер тізбектегі ток пен кернеудің уақыт бойынша өзгерісін сипаттап, конденсатордың зарядталу және разрядталу процестерін нақты түсіндіруге жағдай жасады.

Зерттеу нәтижелері көрсеткендей, дифференциалдық теңдеулер тек құбылысты сипаттап қана қоймай, олардың болашақтағы күйін болжауға да мүмкіндік береді. Мысалы, тербелмелі жүйеде амплитуданың уақыт өте келе азаюы немесе электр тізбегіндегі токтың тұрақталу уақыты осы әдістер арқылы анықталды. Мұндай шешімдер тәжірибелік нәтижелермен салыстырғанда жақсы сәйкестік көрсетіп, математикалық модельдеудің сенімділігін дәлелдеді.

Жалпы алғанда, талдау барысында алынған нәтижелер дифференциалдық теңдеулердің әмбебаптығын және олардың физикалық есептерді шешудегі практикалық маңызын айқын көрсетті. Бұл тәсіл нақты процестердің заңдылықтарын терең түсінуге, сондай-ақ инженерлік және техникалық есептерді тиімді шешуге негіз бола алады.

Есеп 1. Параболоид айналу пішініндегі тостаған бастапқы сәтте сумен толтырылған. Тостағанның ең төменгі бөлігінде радиусы r_1 болатын тесік бар, сол арқылы су ағып шығады. Су деңгейінің $h(t)$ уақыттан тәуелділігін табу керек. Сондай-ақ тостағанның биіктігі H , жоғарғы шетінің радиусы R екені белгілі. Тостағаннан судың толық ағып шығуы үшін қанша уақыт t қажет болатынын анықтаңыз.

Шешуі:

Судың деңгейі h мен тостағандағы судың горизонталь бетінің радиусы r арасындағы байланыс мына түрде болады:

$$h = \frac{H}{R^2} r^2$$

Белгілі уақыт аралығында $(t; t+D_t)$ су деңгейі D_h -ға өзгерсін, онда тостағандағы судың көлемінің өзгерісі

$$DV = pr^2 Dh = p \frac{R^2}{H} h Dh \quad (1)$$

Екінші жағынан, бұл өзгеріс мынаған тең:

$$DV = -vpr_1^2 Dt = -0.6\sqrt{2gh}pr_1^2 Dt \quad (2)$$

Мұндағы $v = 0.6\sqrt{2gh}$ -тесіктен шығатын судың жылдамдығы.

(1) және (2) теңдеулерін теңестіріп, $D_t \rightarrow 0$ шегіне өтсек, дифференциалдық теңдеу аламыз.

$$\frac{R^2}{H} h dh = -0.6 \sqrt{2gh} r_1^2 D_t \quad (3)$$

Айнымалыларды (3) теңдеуден бөліп және интегралдағаннан кейін, мынаны аламыз:

$$\frac{2R^2}{3H} h^{1.5} = -0.6 \sqrt{2gh} r_1^2 D_t + C. \quad (4)$$

Бастапқы шарттардан C тұрақтысын табайық. Себебі $h(0)=H$ онда:

$$C = \frac{2R^2}{3H} H^{1.5}$$

Сондықтан (4) теңдеу мына түрде болады:

$$\frac{2R^2}{3H} (H^{1.5} - h^{1.5}) = 0.6 \sqrt{2g} r_1^2 t \quad (5)$$

(5) формуладан h -ты өрнектесек, ізделінді тәуелділікті аламыз:

$$h(t) = c H^{1.5} - 0.9 \sqrt{2g} \frac{H r_1^2 t}{R^2}$$

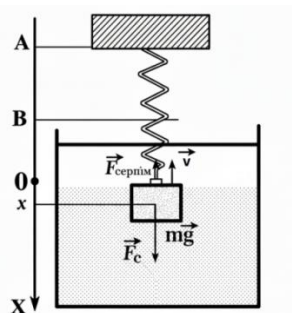
Себебі $h(t_1 = 0)$ онда (5) формуладан бүкіл судың ағып шығу уақыты табылады:

$$t_1 = \frac{R^2 \sqrt{H}}{0.9 \sqrt{2g}} r_1^2$$

2-ші ретті дифференциалдық теңдеу – ол теңдеу құрамында тәуелсіз айнымалы, белгісіз функция, осы функцияның бірінші және екінші туындылары болатын теңдеу[12].

2-ші ретті сызықтық біртекті дифференциалдық теңдеуді шешуге алып келетін есеп мысалын қарастырайық.

Есеп 2. Массасы **5 кг** дене қатаңдығы **20 Н/м** болатын серіппенің ұшына ілінген (Сурет 1.) және тұтқыр ортаға орналастырылған. Бұл жағдайда оның тербеліс периоды **10 с**-қа тең. Демпфирлеу тұрақтысын, тербелістердің логарифмдік декрементін және еркін тербелістердің периодын табу қажет.



1-сурет – Серіппелі маятниктің қозғалысы

Координаталар басын дененің статикалық тепе-теңдік жағдайында таңдап алайық және тербеліс процесінде денеге әсер ететін күштерді көрсетейік. Егер AB – серіппенің

созылмаған ұзындығын білдірсе, онда ОВ кесіндісі ауырлық күшінің әсерінен серіппенің статикалық ұзаруын көрсетеді.

Гук заңы бойынша:

$$mg = kOB$$

Ньютонаң екінші заңы бойынша жазамыз:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{серп}} + \vec{F}_{\text{үйк}} + \vec{mg}$$

Осы теңдеуді ОХ осіне проекциялап жазайық, ескеретін болсақ:

$$F_{x\text{үйк}} = -av_x = -ax \quad F_{\text{серп}} = -k(x + OB)$$

Нәтижесінде тербеліс теңдеуі аламыз:

$$m\ddot{x} = -a\dot{x} - k(x + OB) + mg = -a\dot{x} - kx \quad (6)$$

Немесе
$$\ddot{x} + 2nx + \omega_0^2 x = 0$$

Мұндағы, $n = \frac{a}{2m}$; $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

(6) теңдеу – екінші ретті дифференциалдық теңдеу. Характеристикалық теңдеуді құрамыз:

$$r^2 + 2nr + \omega_0^2 = 0 \quad (7)$$

(7) теңдеудің дискриминантын есептейміз:

$$D = n^2 - \omega_0^2 \quad (8)$$

Бұл жағдайда дененің қозғалысы тербелмелі сипатта болғандықтан, оның координатасы гармониялық заң бойынша өзгеруі тиіс.

$$x = e^{-\lambda t} (C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t)) \quad (9)$$

Егер өшулер болмаса, онда $\omega = \omega_0$, және дене мына периодпен еркін тербеліс жасайды:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - n^2}}$$

$$n = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}$$

және деформация тұрақтысын a -ны анықтаймыз:

$$a = 2mn = 2m \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20\text{Н/м}}{5\text{ кг}}} = \sqrt{4} = 2\text{рад/с}$$

$$a = 2 * 5 * \sqrt{4 - \left(\frac{2 * 3.14}{10}\right)^2} = 2 * 5 * 1.9 = 19(H \times c/m)$$

Өшудің логарифмдік декременті – бұл екі қатарынан алынған амплитудалардың қатынасының натурал логарифмі.

$$\Delta = n \frac{T}{2}$$

$$\Delta = 1.9 * \frac{10}{2} = 9.5$$

Тағы бір айта кететін жай физикалық есептерді модельдеу барысында дифференциалдық теңдеулер есептерін шығаруда компьютерлік математика жүйелерін (Maple, Mathematica, MatLab, Derive және т.б.) қолдануға болады. Олар сандық және аналитикалық есептеулерге, бағдарламалау құралдарына, визуализацияға арналған процедураларды қамтиды. Қазіргі уақытта қолданбалы бағдарламалар пакеттері сандық есептерді шешуде ғана емес, теоремаларды дәлелдеуде де қолданылады. Wolfram Mathematica компьютерлік математика жүйесі сандық, символдық есептеу-лерді орындауға мүмкіндік беретін, екі өлшемді және үш өлшемді графикасы дамыған, сонымен қатар жоғары деңгейлі бағдарламалау тілі бар ең кең таралған бағдарламалық құралдардың бірі болып табылады.

Mathematica жүйесі қарапайым дифференциалдық теңдеулерді және олардың жүйелерін символдық түрде шешудің кең мүмкіндіктеріне ие. Ол үшін DSolve функциясы қолданылады, оның алгоритмі бүгінгі күнге дейін белгілі аналитикалық әдістердің көпшілігін жүзеге асырады. Оның форматы, мысалы келесідей болады: DSolve[{y'[x] == -x^2 y[x]}, y[x], x] мұндағы y'[x] == -x^2 y[x] – y(x) функциясына қатысты дифференциалдық теңдеу. y(x) функциясы және оның барлық туындылары төртбұрышты жақша ішіндегі аргументпен жазылуы керек: y[x], y'[x].

DSolve функциясы дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімін айқын түрде табуға тырысады және нәтижені тізім түрінде шығарады, әр шешім фигуралық жақшаларға алынып жазылады. n - ші ретті дифференциалдық теңдеу үшін жалпы шешімде C[1], C[2],..., C[n] деп белгіленген n ерікті тұрақтылар бар. Дербес шешімді алу үшін DSolve-нің бірінші аргументі ретінде теңдеудің өзінен және бастапқы немесе шекаралық шарттардан тұратын тізімді көрсету қажет. Жалпы зерттеу барысында дифференциалдық теңдеулер көмегімен шешілетін физикалық есептердің төмендегідей (1-кесте) түрлері анықталды.

1-кесте – Физикалық есептердің типтері

Есептің түрі	Мысалы
Қозғалысқа қатысты	Локомотив горизонталь бағытта 81 км\сағ жылдамдықпен қозғалып келе жатыр. Тежеу басталғаннан кейін дененің қозғалысына кедергі жасайтын кез келген күштердің жиынтығы оның салмағының 0,2 құрайтын болса, онда ол қай уақытта және қандай арақашықтықта тоқтайды?
Сұйықтың ағуына қатысты	Табанының диаметрі 1,8м және биіктігі 2,45 м болатын цилиндр пішінді ыдыстағы су диаметрі 6см болатын түбіндегі тесіктен қандай уақытта ағып кетеді?
Радиоактивті ыдырауға қатысты	Егер радиоактивті заттың жартылай ыдырау кезеңі 1600 жыл болса, 100 жылдан кейінгі радиоактивті заттың мөлшері қандай болады?
Қоспаға қатысты	Резервуарда құрамында 20кг тұзы бар 100л ерітінді бар. Мұнда су 3л\мин жылдамдықпен құйылады, ал қоспа 2км\сағ жылдамдықпен ағып жатыр. Ендеше 1 сағаттан соң резервуардағы тұздың мөлшері қандай болады?
Жылуөткізгіштікке арналған есептер	a° температурадағы темір,температурасы a-дан b градус температураға дейін тұрақты көтерілетін пешке салынды.Бір сағаттан кейінгі дененің температурасын табу қажет.

Дүниетанымдық көзқарасты қалыптастыруда да дифференциалдық теңдеулер теориясының маңызы зор. Дифференциалдық теңдеулер ұғымдарын, формулаларын, әдістерін, алгоритмдерін механиктер, биологтар, экономистер және басқа да ғылым саласының мамандары жиі қолданады. Сондықтан дифференциалдық теңдеулер теориялық маңыздылығымен бірге қолданбалы математика саласына да жатады және ол жаратылыстану ғылымы мен техниканың көптеген мәселелерін зерттейді.[13-15]

Қорытынды. Жүргізілген зерттеу нәтижесінде бірінші және екінші ретті дифференциалдық теңдеулердің физикалық мазмұндағы есептерді шешудегі қолданылу ерекшеліктері айқындалды. Мұндай теңдеулердің басты ерекшелігі – нақты бір санды емес, функцияны табуға бағытталуы, яғни процестің уақыт бойынша немесе басқа айнымалыға байланысты дамуын анықтауында.

Физикалық есептерді модельдеу барысында дифференциалдық теңдеулердің тиімділігі олардың әмбебаптығымен дәлелденді. Олар арқылы күрделі жүйелердің күйлерін болжауға, бастапқы шарттар әсерін бағалауға және нақты процестерді математикалық тұрғыдан талдауға болады. Сонымен бірге, олардың практикалық қолданылуы тек теориялық білімді бекітіп қана қоймай, инженерлік және қолданбалы есептерді шешуде маңызды рөл атқарады.

Қорытындылай келе, дифференциалдық теңдеулерді зерттеу мен оларды физикадағы есептерде пайдалану – болашақ мамандардың ғылыми ойлауын қалыптастырудың, математикалық аппаратты тәжірибеде қолдана білудің және нақты құбылыстарды жан-жақты түсінудің негізі болып табылады.

Әдебиеттер:

- [1] **Виленкин, Н.Я.** и др. Дифференциальные уравнения: Учебное пособие для студентов-заочников IV курса физмат. фак. М. Просвещение, 1984. – 176с.
- [2] **Демидович, Б.П.,** Моденов В.П. Дифференциальные уравнения: Учебное пособие. 3-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2008. – 288 с.
- [3] **Эрдниев, П.М.** Очерки по методике преподавания математики в средней школе: учебное пособие /: ил. – Библиогр., 1996. – 339с.
- [4] **Кенжеғұлов, Б.З.,** Қамматов Қ.Қ. Жай және дербес туындылы дифференциалдық теңдеулер. Оқу құралы. – ҚазМУ, 1997. – 172 б.
- [5] **Жәутіков, О.А.** Дифференциалдық теңдеулердің қолданылуы туралы әңгіме. 1986. – 151 б.
- [6] **Байарыстанов, А.О.** Жоғары математика: Оқулық, Алматы: Нур-принт, 2015ж. – 232 б.
- [7] **Көлекеев, К.Д.,** Назарова К.Ж. Дифференциалдық теңдеулер: Оқулығы. – Алматы: ЖШС РПБК “Дәуір”, 2012. – 216 бет.
- [8] **Ералиев, С.Е,** Тілепиев М.Ш. Қарапайым дифференциалдық теңдеулер: Оқу құралы. Алматы: АЭЖБИ, 2006. – 41 бет.
- [9] **Сүлеймен, Ж.** Дифференциалдық теңдеулердің сапалық теориясы [Мәтін]: Оқу құралы, 2013. – 220 б.
- [10] **Петровский, И.Г.,** Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Петровский И.Г.: чл-кор.РАН Кулрявцев Л.Д. (пред.совета) и др. ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 207с
- [11] **Полюхович, Н.В.** Методические основы обучения студентов решению прикладных задач по теме «Дифференциальные уравнения» // Ярославский педагогический вестник, 2010. – № 2.
- [12] **Богомолов, А.А.,** Жуков Д.А. Применение дифференциальных уравнений в решении задач по физике» //Международный студенческий научный вестник, 2018. – № 3.
- [13] **Аксененко, Е.М.,** Чуванова Г.М. Применение дифференциальных уравнений к решению задач. 2013г. Южно-Сахалинск. Издательство «СахГУ». – 54с.
- [14] **Сейтханова, А.К.,** Козбагарова Ж.А. Эксперименты, проводимые в системе mathcad с применением математической модели задач механики.// журнал «Математика, физика және информатиканы оқытудың өзекті мәселелері» 2024.№2(6), 16-24 б. <https://doi.org/10.52081/mpimet.2024.v06.i2.034>
- [15] **Қонысұлы, А.** Қызылорда. Бірінші ретті сызықтық дифференциалдық теңдеулер және олардың қолданулары. 2001ж-80 б.

References:

- [1] **Vilenkin, N.Ja.** i dr. Differencial'nye uravnenija: Uchebnoe posobie dlja studentov-zaochnikov IV kursa fizmat. fak. M. Prosveshhenie, 1984. – 176s. [in Russian]
- [2] **Demidovich, B.P.,** Modenov V.P. Differencial'nye uravnenija: Uchebnoe posobie. 3-e izd., ster. – SPb.: Izdatel'stvo «Lan'», 2008. – 288 s. [in Russian]
- [3] **Jerdniev, P.M.** Oчерки po metodike prepodavanija matematiki v srednej shkole: uchebnoe posobie /: il. – Bibliogr., 1996. – 339s. [in Russian]
- [4] **Kenzhegulov, B.Z.,** Qammatov Q.Q. Zhaj zhәne derbes tuyndyly differencialdyq tendeuler. Oqu quraly. – QazMU, 1997. – 172 b. [in Kazakh]
- [5] **Zhәutikov, O.A.** Differencialdyq tendeulerdin qoldanyluy turaly әngime. 1986. – 151 b. [in Kazakh]
- [6] **Bajarystanov, A.O.** Zhogary matematika: Oqulyq, Almaty: Nur-print, 2015zh. – 232 b. [in Kazakh]
- [7] **Kolekeev, K.D.,** Nazarova K.Zh. Differencialdyq tendeuler: Oqulygy. – Almaty: ZhShS RPBK “Dәuir”, 2012. – 216 bet. [in Kazakh]
- [8] **Eraliev, S.E.,** Tilepiev M.Sh. Qarapajym differencialdyq tendeuler: Oqu quraly. Almaty: AJezhBI, 2006. – 41 bet. [in Kazakh]
- [9] **Sylejmen, Zh.** Differencialdyq tendeulerdin sapalyq teorijasy [Mәtin]: Oqu quraly, 2013. – 220 b. [in Kazakh]
- [10] **Petrovskij, I.G.,** Lekcii po teorii obyknovennyh differencial'nyh uravnenij. Petrovskij I.G.: chl-kor.RAN Kulrjavcev L.D. (pred.soveta) i dr. FIZMATLIT, 2009. – 207s. [in Russian]
- [11] **Poljuhovich, N.V.** Metodicheskie osnovy obuchenija studentov resheniju prikladnyh zadach po teme «Differencial'nye uravnenija» // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik, 2010. – № 2. [in Russian]
- [12] **Bogomolov, A.A.,** Zhukov D.A. Primenenie differencial'nyh uravnenij v reshenij zadach po fizike» //Mezhdunarodnyj studencheskij nauchnyj vestnik, 2018. – № 3. [in Russian]
- [13] **Aksenenko, E.M.,** Chuvanova G.M. Primenenie differencial'nyh uravnenij k resheniju zadach. 2013g. Juzhno-Sahalinsk. Izdatel'stvo «SahGU». – 54s. [in Russian]
- [14] **Sejthanova, A.K.,** Kozbagarova Zh.A. Jeksperimenty, provodimye v sisteme mathcad s primeneniem matematicheskoy modeli zadach mehaniki.// zhurnal «Matematika, fizika zhәne informati-kany оқytudyң озекti мәseleleri» 2024.№2(6), 16-24 b. <https://doi.org/10.52081/mpimet.2024.v06.i2.034> [in Russian]
- [15] **Qonysuly, A.** Qyzylorda. Birinshi retti syzyqtyq differencialdyq tendeuler zhәne olardyn qoldanulary. 2001zh-80 b. [in Kazakh]

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Медеубаев Н.К., PhD, ассоциированный профессор
Кырыкпа М.Б.* магистрант 2 курса образовательной программы «Математика»

*Карагандинский Национальный Исследовательский университет имени академика
Е.А. Букетова, г. Караганда, Казахстан*

Аннотация. В статье всесторонне рассматривается роль и применение дифференциальных уравнений первого и второго порядка при решении задач физического содержания. Дифференциальные уравнения являются универсальным математическим аппаратом, описывающим закономерности природных явлений и технических процессов. Они широко применяются при моделировании механического движения, колебаний тел, волновых процессов, теплопроводности и теплообмена, гидродинамических потоков, а также распределения тока в электрических цепях. В структуре таких уравнений встречаются независимые переменные, неизвестные функции и их производные в различных комбинациях, изменяющихся в зависимости от содержания конкретной задачи. Уравнения первого порядка, как правило, позволяют определить начальное состояние системы и описать её изменение во времени. Уравнения второго порядка имеют решающее значение в исследовании сложных динамических процессов, особенно механических и электрических колебаний, волновых движений. Главная особенность дифференциальных уравнений заключается не в нахождении отдельного значения неизвестной величины, а в определении её полной

функциональной зависимости. Это свойство принципиально отличает их от алгебраических уравнений и позволяет точно и полно описывать физические процессы. Поэтому дифференциальные уравнения имеют особое значение в современной науке и технике как основной и надёжный метод моделирования сложных физических явлений.

Ключевые слова: математика, физика, дифференциальные уравнения, начальные условия, приложения в физике.

APPLICATION OF DIFFERENTIAL EQUATIONS IN SOLVING PHYSICAL PROBLEMS

Medeubaev N.K., Doctor of Philosophy (PhD), associate professor

Kyrykpa M.B. *2nd-year Master's student of the "Mathematics" educational program

*Karaganda National Research University named after Academician E.A. Buketov,
Karaganda, Kazakhstan*

Annotation. The article comprehensively examines the role and application of first- and second-order differential equations in solving problems of physical content. Differential equations are a universal mathematical tool for describing the laws of natural phenomena and technical processes. They are widely used in modeling mechanical motion, oscillations of bodies, wave processes, heat conduction and heat transfer, hydrodynamic flows, as well as current distribution in electric circuits. The structure of such equations includes independent variables, unknown functions, and their derivatives in various combinations, depending on the specific problem. First-order equations usually make it possible to determine the initial state of a system and describe its change over time. Second-order equations are of crucial importance in studying complex dynamic processes, especially mechanical and electrical oscillations and wave motions. The main feature of differential equations is not to determine a single value of an unknown quantity, but to identify its complete functional dependence. This property fundamentally distinguishes them from algebraic equations and enables the precise and comprehensive representation of physical processes. Therefore, differential equations occupy a special place in modern science and technology as a fundamental and reliable method for modeling complex phenomena.

Keywords: mathematics, physics, differential equations, initial conditions, applications in physics.