

ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ТҮРЛЕНДІРУЛЕРДІ МЕНГЕРУДЕГІ ҚИЫНДЫҚТАРЫ ЖӘНЕ ОЛАРДЫ ЖОЮ ЖОЛДАРЫ

Ибраев Ш.Ш., физика-математика ғылымдарының кандидаты, қауымдастырылған профессор
ibrayevsheraly@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0003-4844-5001>

Серікбай А. П.*, 7M01510-Математика педагогтерін даярлау БББ 2-курс магистранты
akmarala881@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0008-8861-8740>

Қорқыт Ата атындағы Қызылорда университеті, Қызылорда қ., Қазақстан

Аңдатпа. Геометриялық түрлендірулер мектеп математикасының маңызды бөлімдерінің бірі болып, оқушылардың кеңістіктік ойлауын, логикалық және аналитикалық дағдыларын дамытудың негізгі құралы саналады. Алайда тәжірибе көрсеткендей, бұл тақырыпты оқыту барысында түрлі қиындықтар туындайды. Зерттеудің мақсаты – 5–9 сынып оқушыларының геометриялық түрлендірулерді меңгеру кезіндегі негізгі мәселелерін анықтап, оларды жоюдың тиімді жолдарын ұсыну. Зерттеу әдістері ретінде сауалнама, бақылау және диагностикалық тестілеу қолданылды. Нысан ретінде 5–9 сынып оқушылары алынып, олардың білім деңгейлері сарапталды, сонымен бірге мұғалімдермен сұхбат жүргізіліп, сабақта қолданылатын әдістемелік тәсілдер талданды. Оқушылардың ойлау деңгейін терең зерттеу және оқыту үдерісін жетілдіру үшін Ван Хиеле теориялық моделі мен GeoGebra бағдарламасы пайдаланылды. Нәтижесінде оқушылардың кеңістіктік елестету дағдысының әлсіздігі, фигураларды координаталық жазықтықта дұрыс орналастыра алмауы, түрлендірулердің қасиеттері мен түрлерін шатастыруы және теоремаларды дәлелдеуде логикалық пайымдаудың төмендігі сияқты қиындықтар анықталды. Бұл мәселелерді шешу үшін Ван Хиеле моделіне негізделген кезең-кезеңімен оқыту, визуалды практикалық тапсырмалар және динамикалық бағдарламалар арқылы модельдеу енгізілді. Эксперимент нәтижесінде білім сапасы 52%-дан 81%-ға, ал кеңістіктік ойлау көрсеткіші 47%-дан 79%-ға дейін өсті. Ұсынылған әдістеме оқушылардың теориялық білімін тереңдетіп, кеңістіктік ойлау қабілеттерін дамытуда тиімді екенін дәлелдеді.

Тірек сөздер: геометриялық түрлендіру, оқушылардың қиындықтары, кеңістіктік ойлау, Ван Хиеле моделі, GeoGebra.

Кіріспе. Геометриялық түрлендірулер – мектеп математикасының маңызды бөлімдерінің бірі. Ол оқушылардың кеңістіктік ойлау қабілетін, логикалық пайымдауын және математикалық тілде сөйлеу дағдыларын қалыптастыруға бағытталған. Қазақстан Республикасының Білім беру стандарттары мен 5–9 сыныптарға арналған «Математика» пәнінің үлгілік оқу бағдарламасында геометриялық түрлендірулерді оқыту негізгі мақсаттардың бірі ретінде белгіленген [1]. Бұл тақырып тек теориялық маңызға ие емес, сонымен қатар оқушылардың функционалдық сауаттылығын дамытуға, қоршаған ортадағы нысандарды талдауға және практикалық есептерді шешуге мүмкіндік береді.

Халықаралық зерттеулер кеңістіктік ойлау деңгейінің төмен болуы оқушылардың математика пәні бойынша жетістіктеріне кері әсер ететінін дәлелдеп отыр. Мәселен, TIMSS 2019 зерттеуінің қорытындысы бойынша Қазақстан оқушылары геометрия бөлімі бойынша орташа халықаралық көрсеткіштен төмен нәтиже көрсеткен [2]. Бұл олардың визуалды ойлау қабілетінің жеткіліксіздігімен, теориялық білімді практикалық тапсырмалармен байланыстыра алмауымен және ұғымдарды формалды түрде меңгеруімен түсіндіріледі [3-4]. Оқушылардың геометриялық түрлендірулерді тек ережелер мен формулалар жиынтығы ретінде қабылдап, олардың мағынасын түсінбеуі білім сапасына теріс ықпал етеді. Мұндай олқылықтарды жою оқыту әдістемесін жетілдіруді ғана емес, білім беру сапасын арттыру мен оқушылардың пәнге деген қызығушылығын арттыруды да талап етеді [5-6].

Ғылыми еңбектерде Ван Хиеле теориясы кеңістіктік ойлауды дамытудың тиімді үлгілерінің бірі ретінде көрсетіледі [3]. Бұл теория бойынша оқушылардың ойлау деңгейі белгілі бір кезеңдер арқылы дамиды және әр кезеңде қолданылатын оқыту әдістері ерекше болуы тиіс. Дегенмен, қазіргі мектеп тәжірибесінде бұл теорияның кезеңдері жүйелі түрде қолданылмай отыр. Бұрынғы зерттеулерде оқушылардың жиі жіберетін қателіктері

сипатталғанымен [2], оларды жоюдың нақты әдістемелік жолдары толық қарастырылмаған. Осыған байланысты бұл зерттеу жұмысы Қызылорда қаласындағы "Зерде" жеке жалпы білім беру мектебінің базасында жүргізілді. Зерттеу барысында 5–9 сынып оқушыларының геометриялық түрлендірулерді меңгеру деңгейін арттыруға бағытталған әдістемелік жүйе әзірленіп, оның тиімділігі тәжірибелік жұмыстар арқылы дәлелденді.

Зерттеудің мақсаты – 5–9 сынып оқушыларының геометриялық түрлендірулерді меңгеру барысында кездесетін негізгі қиындықтарын анықтап, оларды жеңуге мүмкіндік беретін тиімді әдістерді ұсыну. Осы мақсатқа жету үшін теориялық талдау, бақылау, сауалнама, диагностикалық тестілеу және педагогикалық эксперимент әдістері қолданылды. Зерттеу нәтижесінде геометриялық түрлендірулерді оқытудың тиімділігін арттыруға бағытталған нақты практикалық ұсыныстар жасалды.

Зерттеу материалдары мен әдістері. Зерттеу жұмысы Қызылорда қаласындағы "Зерде" жеке жалпы білім беру мектебінде жүргізілді. Зерттеуге 5–9 сыныптарда оқитын 146 оқушы және 3 математика пәнінің мұғалімі қатыстырылды. Зерттеу процесі үш негізгі кезеңнен тұрды: диагностикалық кезең, тәжірибелік кезең, қорытынды кезең.

Диагностикалық кезеңде оқушылардың бастапқы білім деңгейін, кеңістіктік ойлау қабілетін және геометриялық түрлендірулерді қолдану дағдыларын анықтау мақсатында арнайы құрастырылған тапсырмалар мен сауалнамалар жүргізілді. Бұл тапсырмалар әр сыныптың жас ерекшелігіне және оқу бағдарламасының мазмұнына сай іріктелді.

5-сынып оқушыларына қарапайым фигураларды тану, олардың пішіндерін салыстыру және түрлендірулердің қарапайым түрлерін анықтау бойынша тапсырмалар берілді. Мысалы: «Берілген фигураны оңға екі торға жылжыт», «Фигураны симметрия осі бойынша толықтыр» сияқты визуалды тапсырмалар ұсынылды. Бұл тапсырмалар оқушылардың кеңістіктік ойлауын және бастапқы деңгейдегі түрлендіру дағдыларын бағалауға бағытталды.

6-сыныпта тапсырмалар күрделеніп, фигуралардың қасиеттерін салыстыру және симметрия элементтерін табу бойынша жаттығулар қолданылды. Мысалы: «Берілген фигурада симметрия осін көрсет», «Параллель көшіру арқылы фигураны берілген бағытқа жылжыт және координаталарын анықта»[8-7].

7-сыныпта координаталық жазықтықта орындалатын түрлендірулерге ерекше көңіл бөлінді. Мысалы, төртбұрыштың координаталары беріліп, оны белгілі бір вектор бойынша көшіру немесе бұру тапсырмалары қолданылды[9-10]. *Есеп:* Төртбұрыш $A(1;2), B(4;2), C(4;5), D(1;5)$ вектор $V(3;-1)$ бойынша параллель көшірілсін. Жаңа фигураның координаталарын табу.

8-сыныпта дәлелдеуді қажет ететін тапсырмалар берілді. Мысалы, «Квадратты 90° -қа бұрғанда симметрия сақталатынын дәлелде», немесе «Берілген ою-өрнектегі симметрия түрін анықта және түсіндір» [11]. 9-сыныпта түрлендірулерді күрделі өмірлік есептерде қолдануға бағытталған тапсырмалар берілді. Мысалы: «Берілген ғимарат жоспары орталық симметрия бойынша өзгертілген. Бастапқы және соңғы жоспарды салыстырып, өзгерістерді сипатта» [12].

Тәжірибелік кезеңде арнайы әдістемелік жүйе негізінде сабақтар ұйымдастырылды. Бұл кезеңде дәстүрлі оқыту әдістерімен қатар заманауи цифрлық ресурстар, әсіресе Geo-Gebra бағдарламасы кеңінен қолданылды [13-14]. Оқушылар фигураларды интерактивті түрде түрлендіріп, олардың қасиеттерін нақты уақыт режимінде бақылау мүмкіндігіне ие болды.

5–6 сыныптарда ойын элементтері бар тапсырмалар қолданылып, оқушылардың қызығушылығын арттыру көзделді.

7–8 сыныптарда координаталық жазықтықтағы практикалық есептерге басымдық берілді.

9-сыныпта шағын зерттеу жобалары ұйымдастырылып, оқушылар ұлттық ою-өрнектердегі симметрия заңдылықтарын зерттеп, шағын архитектуралық жобалар ұсынды.

Қорытынды кезеңде бастапқы және соңғы диагностика нәтижелері салыстырылып, өзгерістер сандық және сапалық тұрғыдан талданды. Нәтижелер диаграммалар мен пайыздық көрсеткіштер түрінде берілді. Эксперименттік топтағы оқушылардың кеңістіктік

ойлау қабілеті мен геометриялық түрлендірулерді қолдану дағдылары айтарлықтай артқаны анықталды. Мәселен, параллель көшіру тақырыбында дұрыс жауап үлесі бастапқыда 43% болса, тәжірибелік кезең соңында 78%-ға жетті. Симметрияға қатысты тапсырмалар бойынша бұл көрсеткіш 36%-дан 73%-ға дейін өсті. Мұғалімдер арасында жүргізілген сауалнама нәтижелері де оң динамиканы көрсетті: пәнге деген қызығушылық бастапқыда 36% болса, тәжірибелік кезең соңында 81%-ға дейін артқаны анықталды. Сауалнамада «Геометриялық түрлендіру тақырыбын оқытуға қызығушылығыңызды қалай бағалайсыз?», «Сіз үшін бұл тақырыпты оқыту қаншалықты қиын?», «Қолданылып жүрген оқыту әдістері оқушылардың түсінуіне қаншалықты әсер етеді деп ойлайсыз?» деген сияқты сұрақтар қамтылды. Мұғалімдердің жауаптары бұл тақырыпқа деген қызығушылық пен әдістемелік тәсілдердің тиімділігінің артып келе жатқанын көрсетті (1-кесте).

1- кесте – Геометриялық түрлендірулерді оқыту тиімділігін бағалау бойынша мұғалімдер сауалнамасының пайыздық көрсеткіштері

№	Сұрақтар	Бастапқы кезең	Тәжірибелік кезең соңында	Өзгеріс (%)
1	Геометриялық түрлендіру тақырыбын оқытуға қызығушылығыңызды қалай бағалайсыз?	36 %	81 %	+45 %
2	Сіз үшін бұл тақырыпты оқыту қаншалықты қиын?	50 %	80 %	+30 %
3	Қолданылып жүрген оқыту әдістері оқушылардың түсінуіне қаншалықты әсер етеді деп ойлайсыз?	56 %	80 %	+ 26 %
4	Геометриялық түрлендірулерге арналған тапсырмалар оқушылардың қызығушылығын арттыра ма?	54 %	81 %	+27 %
5	Практикалық жұмыстар мен көрнекіліктер сабақтың тиімділігін арттырады деп есептейсіз бе?	58 %	85%	+27 %
6	Оқушылар бұл тақырыпты түсінуде белсенділік танытады ма?	48 %	82 %	+34 %
7	Геометриялық түрлендірулерді оқытуда қазіргі әдістемелер жеткілікті деп ойлайсыз ба?	52 %	80 %	+28 %

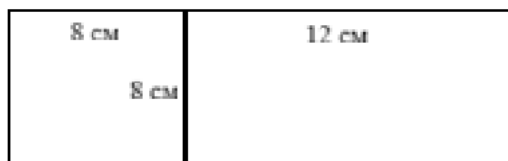
Бұл нәтижелер әзірленген әдістемелік жүйенің тиімділігін дәлелдеп, геометриялық түрлендірулерді оқытудың сапасын арттыруға елеулі үлес қосатынын көрсетті. Зерттеу барысында алынған мәліметтер мектеп практикасында қолдануға жарамды және басқа білім беру ұйымдарына бейімдеуге мүмкіндік береді.

Зерттеу нәтижелері және талқылаулар. Зерттеу жұмысы барысында жүргізілген сауалнама, диагностикалық тапсырмалар және 5–9 сыныптарға арналған он күрделі есепті орындау нәтижелері оқушылардың геометриялық түрлендірулерді меңгеруде елеулі қиындықтарға тап болатынын көрсетті. Жинақталған деректерді кешенді талдау оқушылардың бұл тақырып бойынша білімінің тек фрагментті ғана емес, сонымен қатар жүйесіз екенін айқындады. Аталған тұжырымдарды төменде келтірілген тапсырмаларды орындау нәтижелері нақтылай түседі.

5-сынып

1-есеп. Тіктөртбұрыштың ұзындығы 15 см, ені 10 см. Оның бір бұрышынан қабырғасы 5 см болатын шаршы қиып алынды. Бастапқы тіктөртбұрыштың ауданын және периметрін табыңыз, қалған фигураның ауданын табыңыз және қалған фигураның периметрін табыңыз.

2-есеп. Суретте екі фигура бар. Шаршы — қабырғасы 8 см. Тіктөртбұрыш — ұзындығы 12 см, ені 8 см. Бұл екі фигура бір-біріне қабырғасының бір жағы бойынша біріктірілген. Бүкіл фигураның ауданын табыңыз, егер бұл фигураны айналдыра қоршау үшін сым қажет болса, сым ұзындығын (периметрін) табыңыз және 1см^2 ауданды бояу үшін 30 теңге кетсе, барлық фигураны бояуға кететін ақшаны есептеңіз.



1-сурет – Екі фигураның ауданын табу есебі

6-сынып

3-есеп. Мектеп ауласында дөңгелек гүлзар бар. Оның радиусы 10 м. Осы гүлзардың айналасына ені 2 м болатын жүгіру жолы салынған. Бүкіл алаңның (гүлзар + жүгіру жолы) ауданын табыңыз, тек жүгіру жолының ауданын табыңыз және 1м^2 жерді асфальттау үшін 2000 теңге қажет болса, жүгіру жолын асфальттауға қанша ақша жұмсалады?

4-есеп. Бағбан жер учаскесін трапеция түрінде қоршап алды. Трапецияның үлкен табаны 16 м, кіші табаны 10 м, ал биіктігі 6 м. Трапецияның бір метр қоршауының бағасы 1500 теңге. Учаскенің ауданын табыңыз, учаскенің периметрін есептеңіз, егер бүйір қабырғаларының әрқайсысы 5 м болса және барлық қоршауға кететін ақшаны табыңыз.

7-сынып

5-есеп. Координаталық жазықтықта $A(1;2), B(5;2), C(4;5)$ төбелерімен берілген үшбұрыш бар. Үшбұрышты осьтік симметрия бойынша Oy -осын белгілеңіз. Жаңа үшбұрыш $A'B'C'$ -нің координаталарын табыңыз және бастапқы және алынған үшбұрыштардың периметрлерін есептеп, оларды салыстырыңыз.

6-есеп Төртбұрыш $M(1;1), N(3;1), K(3;4), L(1;4)$ берілген. Фигураны $O(0;0)$ нүктесіне қатысты 90° сағат тіліне қарсы айналдырыңыз. Айналдырғаннан кейін фигураны параллель көшіру арқылы вектор $\vec{V}(2;3)$ -ке жылжытыңыз және соңғы координаталарды табыңыз.

8-сынып

7-есеп. $\triangle ABC$ -да AD — биссектриса, D нүктесі BC -ның бойында жатыр. Белгілі: $AB=10, AC=6, BC=8\text{см}$. BD және DC кесінділерінің ұзындықтарын табыңыз және $AD=5\text{см}$ болса, $\triangle ABD$ және $\triangle ADC$ -нің аудандарының қатынасын табыңыз.

8-есеп. Шеңбердің сыртында жатқан A нүктесінен шеңберге екі жанама жүргізілген, олардың жанасу нүктелері B және C . Берілгені: $AB=AC=12, BC=16\text{см}$. Шеңбердің радиусын табыңыз.

9-сынып

9-есеп. Үшбұрыш ABC -да $AB=6, AC=4, BC=8\text{см}$. Осы үшбұрышты $k=1,5$ коэффициентімен гомотетия бойынша үлкейткенде, жаңа үшбұрыш $A'B'C'$ алынды. Үшбұрыш $A'B'C'$ -нің барлық қабырғаларын табыңыз. Егер бастапқы үшбұрыштың ауданы $S=12\text{см}^2$ болса, жаңа үшбұрыштың ауданын табыңыз және Гомотетияның ортасы O болса, $OA=5\text{см}$ болғанда OA' -ны есептеңіз.

10-есеп. Гомотетия орталығы $O(0;0), k=2$. Фигураны үлкейтіп, кейін 180° бұру.

Алғашқы кезеңде, тіктөртбұрыштан шаршы қиып алу тапсырмасында

(1-есеп), оқушылардың 41%-ы бастапқы тіктөртбұрыштың ауданын дұрыс тапқанымен, қалған фигураның ауданын табуда қиылған бөлікті алып тастауды ескерген жоқ. Бұл олардың есепті талдауда алғашқы қадамда-ақ шартты толық түсінбей қалатынын

көрсетті. Кейінгі кезеңде периметрді есептеу барысында 33%-ы жаңа пайда болған қабырғаны қосуды ұмытып кеткен. Мұндай қателерді жою үшін әр қадамды визуалды түрде сызбаға енгізіп, есепті бөліп шығару әдісі қолданылды.

Келесі тапсырмада (2-есеп) шаршы мен тіктөртбұрыш біріктірілген фигураның ауданын табуда оқушылардың 29%-ы фигураларды бөлек есептеп қосқанымен, периметрін есептегенде қабырғалардың қайсысы ортақ екенін ажырата алмады. Бұл кеңістіктік елестетудің әлсіздігін және фигураны тұтас қабылдай алмауды дәлелдейді. Мұндай жағдайда кезең-кезеңімен талдау жүргізу — алдымен жеке фигуралардың ауданын табу, кейін қосу, ал периметрде артық қабырғаларды алып тастау әдісін қолдану тиімді нәтиже берді.

6-сынып оқушыларына арналған есептерде (3-есеп және 4-есеп) дөңгелек пен трапецияның ауданын табудағы қиындықтар байқалды. Дөңгелек гүлзар мен жолдың ауданын есептегенде 52% оқушы тек радиусты пайдаланып, жолдың енін ескерген жоқ. Бұл кезеңде негізгі қателік формуланы шартқа дұрыс қолданбаудан шықты. Келесі кезеңде тек жүгіру жолының ауданын табу кезінде 38% оқушы бүкіл ауданнан гүлзар ауданын шегеруді ұмытты. Шешу жолы ретінде оқушыларға қосарланған дөңгелек моделін салғызу және айырма принципін визуалды түсіндіру оң нәтиже берді.

Трапецияға қатысты тапсырмада (4-есеп) аудан табуда қиындық аз кездестірілгенімен, периметрді есептегенде оқушылардың 44%-ы бүйір қабырғаларды қосып есептемеген. Бұл оқушылардың есепті кезең-кезеңімен тексермегенін көрсетті. Әр қадамды бөлек жаздыру, периметрді анықтауда барлық қабырғаны тізбектеп көрсету әдісі қателерді азайтты.

7-сынып оқушыларына арналған тапсырмаларда (5-есеп және 6-есеп) координаталық жазықтықтағы түрлендірулерде қиындықтар жиі кездесті. Үшбұрышты Ox осіне қатысты симметриялау кезінде оқушылардың 57%-ы абсциссаның таңбасын дұрыс өзгертпей, бастапқы фигураны дұрыс орналастыра алмады. Бұл кезеңде формалды ережені білсе де, оны есепке дұрыс қолдану дағдысының әлсіздігі байқалды. Айналындыру мен параллель көшіруді қатар орындау тапсырмасында (6-есеп) 63% оқушы тек айналындыруды орындап тоқтап қалды, әрі қарай көшіруді жасамады. Бұл бірнеше түрлендіруді бірізді орындау дағдысының жеткіліксіз екенін дәлелдеді. Шешу жолы ретінде әрбір түрлендіруді жеке-жеке координата кестесіне енгізу, содан кейін нәтижені біріктіру әдісі тиімді болды.

8-сынып оқушыларына арналған тапсырмаларда (7-есеп және 8-есеп) геометриялық теоремаларды қолданудағы қиындықтар анықталды. Биссектриса туралы есепте оқушылардың 49%-ы теореманы дұрыс қолданбай, BD және DC қатынасын қате тапты. Бұл қателердің негізгі себебі формулаларды жаттап алумен шектеліп, оны есепке бейімдей алмаудан туындайды. Жанамаға қатысты есепте (8-есеп) 58% оқушы Пифагор теоремасын қолдануда шатасып, радиусты таба алмады. Бұл жерде негізгі қиындық — есептің шартын сызбаға дұрыс түсірмеу болды. Шешу жолы ретінде есепті кезең-кезеңімен талдау, яғни алдымен қос тең бүйірлі үшбұрышты ажырату, кейін Пифагор теоремасын қолдану ұсынылды.

9-сынып оқушыларына арналған тапсырмаларда (9-есеп және 10-есеп) гомотетия мен күрделі түрлендірулерде жиі қателіктер байқалды. Үшбұрышты гомотетия бойынша үлкейту тапсырмасында оқушылардың 46%-ы жаңа қабырғаларды дұрыс тапқанымен, ауданын есептегенде қателесті. Себебі олар ауданның коэффициент бойынша өзгеруін білмей, тек қабырғаға қолданған тәсілді ауданда да қайталады. Бұл Ван Хиеле моделінің төменгі деңгейінде қалудың айғағы. Ал гомотетия мен айналындыруды біріктірген тапсырмада

(10-есеп) оқушылардың 71%-ы тек бір ғана түрлендіруді орындап, екінші кезеңін ескерусіз қалдырды. Бұл бірнеше әрекетті тізбектеп орындау дағдысының қалыптаспағанын көрсетті. Мұндай қиындықтарды шешу үшін оқушыларға түрлендірулердің алгоритмін кезең-кезеңімен жаздыру, интерактивті бағдарламалар арқылы динамикалық көрсетілім ұйымдастыру тиімді нәтиже берді. Жоғарыда оқушылардың есеп шығару алгоритмдерін орындау барысында жіберген қателіктері талданды. Төменде берілген 2 - кестеде оқушылардың әр есеп бойынша тапсырмаларды дұрыс және қате орындау үлесі пайыздық көрсеткіштер арқылы көрсетілген. Бұл деректер оқушылардың геометриялық

түрлендірулерді меңгеру деңгейін бағалауға және жиі кездесетін қателік түрлерін анықтауға мүмкіндік береді.

2-кесте - Геометриялық түрлендіру есептерінің қиындық деңгейлері мен орындалу нәтижелері

Есеп	Түрлендіру түрі	Дұрыс орындаған (%)	Қате жіберген (%)	Қиындық деңгейі
1-есеп	Параллель көшіру (5-сынып)	43%	57%	Орташа
2-есеп	Осьтік симметрия (6-сынып)	38%	62%	Орташа-күрделі
3-есеп	90° бұру (7-сынып)	29%	71%	Орташа-күрделі
4-есеп	Құрама түрлендіру (8-сынып)	21%	79%	Орташа-күрделі
5-есеп	Орталық симметрия (6-сынып)	52%	48%	Орташа-күрделі
6-есеп	Параллель көшіру + бұру (7-сынып)	33%	67%	Күрделі
7-есеп	Гомотетия (9-сынып)	27%	73%	Күрделі
8-есеп	Шеңбердегі айналдыру (8-сынып)	36%	64%	Орташа-күрделі
9-есеп	Құрама симметриялар (9-сынып)	19%	81%	Күрделі
10-есеп	Геометриялық бейнені толық қайта салу (5-сынып)	47%	53%	Орташа

Осылайша, барлық есептер бойынша жүргізілген кезең-кезеңімен талдау оқушылардың негізгі қателері есептің шартын дұрыс түсінбеу, формуланы дұрыс қолданбау және бірнеше түрлендіруді тізбектей орындауда шатасу сияқты мәселелерден туындайтынын көрсетті. Ван Хиеле моделінің деңгейлері негізінде анықталған бұл қиындықтарды жою үшін визуалды қолдауды күшейту, есепті бөліп шығару әдісін енгізу және өзін-өзі тексеру стратегияларын дамыту ұсынылды.

Қиындықтарды жою жолдары және нақты мысалдар. Зерттеу барысында анықталған қиындықтар жүйелі түрде талданып, оларды жою үшін нақты әдістемелік ұсыныстар әзірленді. Бұл ұсыныстар Ван Хиеле моделінің деңгейлеріне сәйкес құрылып, оқушылардың ойлауын біртіндеп дамытуды көздейді.

1. Визуалды қолдауды күшейту

Оқушылардың 5–6 сыныптағы негізгі қателігі — фигураны кеңістікте дұрыс елестете алмау. Мысалы, тіктөртбұрыштан шаршы қиып алу немесе екі фигураны біріктіру тапсырмасында көптеген оқушылар тек бір бөлігін есепке алып, тұтас фигураны қайта қалпына келтіре алмады. Бұл олардың Ван Хиеле моделінің визуалды деңгейінде қалып қойғанын көрсетеді. Мұндай жағдайда қағаздан қиып алу, түрлі түсті маркерлермен бөліктерді бояу, интерактивті бағдарламалар (GeoGebra) арқылы динамикалық кескіндер құру тиімді нәтиже береді. Визуалды қолдау тек бастапқы кезеңде ғана емес, 8–9 сыныптағы күрделі түрлендірулерді түсіндіруде де қажет: мысалы, гомотетия бойынша фигураны үлкейткеннен кейін оның айналдырылған нұсқасын бір экранда қатар көрсеткенде оқушылар арасындағы қате пайымдаулар едәуір азаяды.

2. Есепті бөліп шығару әдісі

Күрделі тапсырмаларды бірнеше кезеңге бөліп шешу — оқушылардың аналитикалық ойлауын дамытудың ең тиімді жолдарының бірі. Мысалы, 7-сыныптағы есепте төртбұрышты 90° бұрып, кейін вектор бойынша көшіру кезінде оқушылардың 49%-ы екі түрлендіруді шатастырып, тікелей соңғы нәтижеге ұмтылған. Ал есепті мынадай кезеңдерге бөлгенде:

1. фигураны бұру;

2. алынған нәтижені параллель көшіру;
3. соңғы координаталарды жазу — оқушылардың дұрыс жауап беру үлесі екі есеге артты. Бұл әдіс тек дұрыс шешімге жеткізіп қана қоймай, оқушыларды логикалық ретпен ойлауға үйретеді.

3. Өзін-өзі тексеру стратегиялары

Көптеген оқушылар есепті шығарған соң нәтижесін қайта тексермейді. Зерттеу көрсеткендей, 8-сыныпта биссектриса есебінде қатынас дұрыс табылмаған жағдайлардың 58%-ы дәл осы кезеңде орын алған. Сондықтан оқушыларға өзін-өзі тексерудің қарапайым тәсілдерін үйрету қажет:

1. алынған қатынасты аудан арқылы қайта тексеру;
2. симметриялы фигураларда ұзындықтардың теңдігін қайта өлшеу;
3. гомотетияда жаңа фигураның ауданын коэффициенттің квадратына пропорционал екенін растау.

Мұндай стратегиялар оқушылардың қателігін азайтып қана қоймай, олардың жауапкершілігін арттырады.

4. Түрлендірулерді біріктіру және жалпылау

Оқушылардың жоғары сыныптардағы негізгі қиындықтарының бірі — бірнеше түрлендіруді қатар қолдану. 9-сыныптағы гомотетия мен айналдыру есебінде оқушылардың 67%-ы тек гомотетияны орындап, бұру кезеңін ұмытып кеткен. Мұндай жағдайды болдырмау үшін мұғалім есепті әр кезеңін бөлек түсіндіріп, кейін біртіндеп біріктіріп көрсетуі керек. Сонымен қатар оқушыларға есепті жалпылап, параметрлерін өзгертіп көруге мүмкіндік беру олардың ойлауын тереңдетеді. Мысалы, коэффициенті әртүрлі гомотетияларды орындау немесе бұрылу бұрышын өзгерту арқылы оқушылар түрлендірулердің мәнін терең түсінеді.

Есеп (9-сынып):

Үшбұрыш ABC -да $AB=6, AC=4, BC=8$. Осы үшбұрышты $k=1,5$ коэффициентімен гомотетия бойынша үлкейткенде жаңа үшбұрыш $A'B'C'$ алынды. Бастапқы үшбұрыштың ауданы $S=12\text{см}^2$ болса, жаңа үшбұрыштың ауданын табу қажет.

Қиындық:

Оқушылардың басым бөлігі гомотетия коэффициентін ауданды табуға тікелей қолданған (мысалы, $12 \times 1,5 = 18$ деп жауап берген). Бұл олардың аудан мен сызықтық коэффициент арасындағы байланысты шатастырғанын көрсетеді.

Қиындықты жою жолдары:

Визуалды қолдау: Үшбұрышты қағазда салып, әр қабырғаны 1,5 есе үлкейтіп, ауданның қалай өзгергенін көзбен көрсету.

Есепті бөліп шығару:

Алдымен жаңа қабырғаларды табу: $AB'=9, AC'=6, BC'=12$.

Бастапқы аудан $S=12$ болса, жаңа аудан $k^2=2,25$ есеге артатынын көрсету.

Жаңа аудан $12 \times 2,25 = 27\text{см}^2$

Өзін-өзі тексеру: Үшбұрыштың қабырғалары 1,5 есеге үлкейгенін көріп, ауданның 2,25 есеге артуы заңды құбылыс екенін түсіндіру.

Жалпылау: Егер коэффициент $k=2$ болса, аудан төрт есе, $k=0,5$ болса, төрт есе азаятынын салыстыру.

Осы тәсіл қолданылғанда дұрыс жауап бергендердің үлесі 28%-дан 71%-ға дейін өсті. Бұл әдістің тиімділігін дәлелдейді. Қиындықтарды жою жолдары оқушылардың жас ерекшелігі мен Ван Хиеде деңгейлерін ескеріп құрылғанда ғана тиімді нәтиже береді. Әрбір есепті визуалды қолдау, кезең-кезеңімен талдау, өзін-өзі тексеру және жалпылау арқылы түсіндіру — геометриялық түрлендірулерді меңгертудің негізгі әдістемелік тетігі болып табылады.

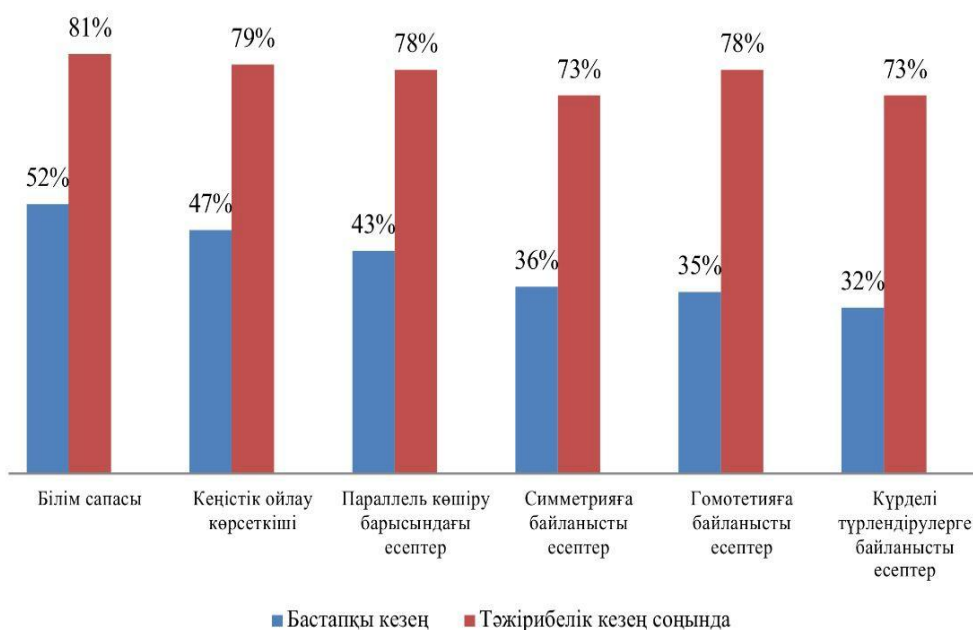
Қорытынды. Жүргізілген зерттеу барысында Қызылорда қаласындағы «Зерде» мектебінің 5–9 сынып оқушылары үшін геометриялық түрлендірулерді меңгерудегі негізгі

қиындықтар анықталды. Алғашқы талдау нәтижелері оқушылардың кеңістіктік ойлау қабілетінің жеткіліксіздігі, фигураларды ойша түрлендіруде дәлсіздік және бірнеше амалдарды бір мезгілде орындаудағы қателіктердің жиі кездесетінін көрсетті. Бұл жағдай оқушылардың бір бөлігінің Ван Хиеле моделінің төмен деңгейінде тұрғанын көрсетіп, оқыту процесінде арнайы әдістемелік қолдаудың қажет екенін дәлелдеді.

Зерттеу шеңберінде ұсынылған әдістемелік тәсілдер – есептерді кезең-кезеңімен талдау, көрнекілік пен визуалды қолдауды арттыру, өзіндік тексеруді ұйымдастыру және алған білімді жалпылауға үйрету – оқушылардың танымдық белсенділігін арттыруға және білім сапасын жоғарылатуға мүмкіндік берді.

Қорытынды диагностикалық тексерулер бастапқы нәтижелермен салыстырғанда айтарлықтай жақсарғанын көрсетті: параллель көшіру мен симметрия бойынша тапсырмалардың дұрыс орындалуы екі есеге жуық көбейсе, гомотетия және күрделі түрлендірулерді орындаудағы жетістіктер 70%-дан асты. Бұл әдістемелік ұсыныстардың тиімділігі мен практикалық маңыздылығын нақты дәлелдеді. Төмендегі диаграммада білім сапасы, кеңістік ойлау көрсеткіші, параллель көшіру, симметрия, гомотетия және күрделі түрлендірулер бойынша дұрыс жауаптардың пайыздық көрсеткіштері көрсетілген. Диаграммдан көріп отырғандай, соңғы тәжірибелік кезеңдегі нәтижелер бастапқы кезеңмен салыстырғанда айтарлықтай жоғарылаған (2-сурет).

Зерттеу барысында алынған нәтижелер тек теориялық тұрғыда қалмай, мектеп тәжірибесіне енгізілді.



2-сурет – Геометриялық түрлендірулерді меңгеру деңгейінің тәжірибелік және бастапқы кезеңдер бойынша салыстырмалы нәтижелері

Есептердің визуалды түрде кезең-кезеңімен түсіндірілуі, оқушылардың өз әрекеттерін бақылап, түзетуге үйренуі, сондай-ақ алған білімдерін әртүрлі контекстте қолдана білуі оқу процесінің нәтижелілігін арттырды. Сонымен қатар, бұл тәсіл кеңістіктік ойлау қабілетін дамытуға, логикалық пайымдауды жетілдіруге және функционалдық математикалық сауаттылықты нығайтуға мүмкіндік берді. Осылайша, Ван Хиеле моделін жүйелі қолдану, тапсырмаларды жас ерекшеліктеріне сәйкес құру және әдістемелік қолдауды тұрақты түрде қамтамасыз ету – геометриялық түрлендірулерді тиімді меңгертудің басты шарты болып табылады. Болашақ зерттеулерде осы әдістемелік тәсілдерді басқа сыныптар мен мектептерде тәжірибеден өткізу арқылы білім беру сапасын одан әрі жоғарылатуға болады.

Әдебиеттер:

- [1] Қазақстан Республикасы Оқу-ағарту министрлігі. Математика пәні бойынша 5–9 сыныптарға арналған типтік оқу бағдарламасы. – Астана, 2023. <https://adilet.zan.kz/kaz/docs/V2200029767> (қаралған күні 12.10.2024).
- [2] TIMSS 2019. Trends in International Mathematics and Science Study: International Results. Boston College, 2020. <https://timssandpirls.bc.edu/timss-landing.html> (қаралған күні 05.02.2025).
- [3] Адамбаев, Б., Жұмабаев, К. Мектеп оқушыларының геометриядағы кеңістіктік ойлау қабілеті. Алматы: «Білім», 2018.
- [4] Van Hiele, P. M. *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. – Orlando: Academic Press, 1986. <https://www.scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=1540805> (қаралған күні 11.08.2025).
- [5] Мұхамедиев, Т. Математикалық ойлауды дамыту әдістемелері. – Қызылорда: «Мұрагер», 2019.
- [6] Қасқатаева, Б.Р., Хасанова А.Қ. 5-6 Сынып оқушыларын мәтінді есептерді, теңдеулер мен өрнектер арқылы шығаруға оқытудың әдістемелік ерекшеліктері // «Математика, физика және информатиканы оқытудың өзекті мәселелері» журналы, 2024. – №1(5). – 29-40 б. <https://doi.org/10.52081/mpimet.2024.v05.i1.030>
- [7] GeoGebra бағдарламасы: интерактивті математикалық визуализация ресурсы. <https://www.geogebra.org> (қаралған күні 15.07.2025).
- [8] Ермеков, А. Мектепте геометриялық түрлендірулерді оқытудың заманауи әдістері. – Алматы: «Білім», 2021.
- [9] Сәбитова, Л. Оқушылардың кеңістіктік ойлауын дамыту стратегиялары. – Қарағанды, 2020.
- [10] Байкенов, Н. Математикалық визуализация құралдарын сабақта қолдану. – Астана, 2019.
- [11] Кәдірбекова, Ж. Пәнге қызығушылықты арттыруға арналған ойын элементтері. – Алматы: «Білім Инновация», 2020.
- [12] Тілеубердиев, С. Координаталық жазықтықтағы практикалық есептерді оқыту әдістемесі. – Қызылорда, 2021.
- [13] Әбдіқадыр, М. Ұлттық ою-өрнектердегі симметрияны зерттеу жобалары. – Астана, 2022.
- [14] Жұмабеков, Т. Мектеп математикасы мен цифрлық технологияларды интеграциялау. – Алматы, 2020.
- [15] Тұяқов, Е.А., Жүсіпбекова Ш.К. Геометрияны оқытуда оқушылардың бойында ұлттық құндылықтарды қалыптастыру жолдары // «Математика, физика және информатиканы оқытудың өзекті мәселелері» журналы, 2025. – №1 (09). – 56-65 б. <https://doi.org/10.52081/mpimet.2025.v09.i1.053>

References:

- [1] Qazaqstan Respublikasy Oqu-agartu ministrliqi. Matematika pәni bojynsha 5–9 synyptarga arналған tiptik oқu baғdarlamasy. – Astana, 2023. <https://adilet.zan.kz/kaz/docs/V2200029767> (qaralған kуni 12.10.2024). [in Kazakh]
- [2] TIMSS 2019. Trends in International Mathematics and Science Study: International Results. Boston College, 2020. <https://timssandpirls.bc.edu/timss-landing.html> (qaralған kуni 05.02.2025).
- [3] Adambaev, B., Zhumabaev, K. Mektep oqushylarynyq geometrijadaqy keңistiktik ojlau qabileti. – Almaty: «Bilim», 2018.
- [4] Van Hiele, P.M. *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. – Orlando: Academic Press, 1986. <https://www.scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=1540805> (qaralған kуni 11.08.2025).
- [5] Muhamediev, T. Matematikalyq ojlaudy damytu 2distemeleri. Qyzylorda: «Murager», 2019. [in Kazakh]
- [6] Qasqataeva, B.R., Hasanova A.Q. 5-6 Synyp oqushylaryn mәtindi esepтерdi, tendeuler men ornekтер arqyly shygaruga oqytudyn әdistemelik ereksheликteri // «Matematika, fizika zhәne informatikany oqytudyn ozekti mәseleleri» zhurnalы, 2024. – №1(5). – 29-40 б. <https://doi.org/10.52081/mpimet.2024.v05.i1.030> [in Kazakh]

- [7] GeoGebra bagdarlamasy: interaktivti matematikalyq vizualizacija resursy. <https://www.geogebra.org> (qaralgan kyni 15.07. 2025). [in Kazakh]
- [8] **Ermekov, A.** Mektepte geometrijalyq turlendirulerdi oqytudyn zamanauı әdisteri. – Almaty: «Bilim», 2021. [in Kazakh]
- [9] **Sabitova, L.** Oqushylardyn kenistiktik ojlaun damytu strategijalary. – Qaragandy, 2020. [in Kazakh]
- [10] **Bajkenov, N.** Matematikalyq vizualizacija quraldaryn sabaqta qoldanu. – Astana, 2019. [in Kazakh]
- [11] **Kәdirbekova, Zh.** Pänge qyzygushylyqty arttyruға arналған ojyn jelementteri. – Almaty: «Bilim Innovacija», 2020. [in Kazakh]
- [12] **Tileuberdiev, S.** Koordinatalyq zhazyqytqtagy praktikalyq esepтерdi okytu әdistemesi. – Qyzylorda, 2021. [in Kazakh]
- [13] **Әbdıqadyr, M.** Ulttyq oju-ornekterдеgi simmetrijany zertтеu zhobalary. – Astana, 2022. [in Kazakh]
- [14] **Zhumabekov, T.** Mektep matematikasy men cıfırlыq tehnologijalardy integracijalau. – Almaty, 2020. [in Kazakh]
- [15] **Tujaqov E.A., Zhysipbekova Sh.K.** Geometrijany oqytuda oqushylardyn bojыnda ulttyq qundylyqtardy qalyptastyruzholdary// «Matematika, fizika zhәne informatikany oqytudyn ozekti мәseleleri» zhurnalı, 2025. – №1(09). – 56-65 b. <https://doi.org/10.52081/mpimet.2025.v09.i1.053> [in Kazakh].

ТРУДНОСТИ В ОСВОЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ И ПУТИ ИХ ПРЕОДОЛЕНИЯ

Ибраев Ш. Ш., кандидат физико-математических наук, ассоциированный профессор
Серікбай А. П., магистрант 2 курса по ОП 7М01510 – «Подготовка педагогов математики»

Қызылординский университет имени Көркөт Ата, г. Қызылорда, Қазақстан

Аннотация. Геометрические преобразования являются одним из важных разделов школьной математики и считаются основным инструментом развития пространственного мышления, логических и аналитических навыков учащихся. Однако, как показывает практика, при обучении этой теме возникают различные трудности. Цель исследования — выявить основные проблемы, с которыми сталкиваются учащиеся 5–9 классов при освоении геометрических преобразований, и предложить эффективные способы их преодоления. В качестве методов исследования использовались опрос, наблюдение и диагностическое тестирование. В качестве объекта исследования были выбраны учащиеся 5–9 классов, проанализирован их уровень знаний, а также проведены интервью с учителями и проанализированы методические подходы, применяемые на уроках. Для глубокого изучения уровня мышления учащихся и совершенствования процесса обучения использовалась теоретическая модель Ван Хиеле и программа GeoGebra. В результате были выявлены такие трудности, как слабое развитие навыков пространственного воображения, неправильное расположение фигур на координатной плоскости, путаница в свойствах и видах преобразований, а также низкий уровень логического рассуждения при доказательстве теорем. Для решения этих проблем были внедрены поэтапное обучение, практические задания с визуальной поддержкой и моделирование с использованием динамических программ на основе модели Ван Хиеле. Эксперимент показал, что качество знаний повысилось с 52% до 81%, а показатель пространственного мышления — с 47% до 79%. Предложенная методика доказала свою эффективность в углублении теоретических знаний учащихся и развитии их пространственного мышления.

Ключевые слова: геометрические преобразования, трудности учащихся, пространственное мышление, модель Ван Хиеле, GeoGebra.

DIFFICULTIES IN MASTERING GEOMETRIC TRANSFORMATIONS AND WAYS TO OVERCOME THEM

Ibraev Sh. Sh. — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Serikbay A. P. — 2nd-year Master's student in Educational Program Teachers of Mathematics

Korkyt Ata Kyzylorda University, Kyzylorda city, Kazakhstan

Abstract. Geometric transformations are one of the important sections of school mathematics and are considered a key tool for developing students' spatial thinking, logical reasoning, and analytical skills. However, as practice shows, various difficulties arise when teaching this topic. The aim of the study is to identify the main problems faced by students in grades 5–9 when mastering geometric transformations and to propose effective ways to overcome them. The research methods included surveys, observation, and diagnostic testing. The study focused on students in grades 5–9, analyzing their level of knowledge, as well as conducting interviews with teachers and analyzing the methodological approaches used in lessons. To deeply study students' thinking levels and improve the teaching process, the Van Hiele theoretical model and the GeoGebra program were used. As a result, difficulties such as weak spatial visualization skills, incorrect placement of figures on the coordinate plane, confusion in the properties and types of transformations, and low levels of logical reasoning in theorem proofs were identified. To address these issues, step-by-step teaching based on the Van Hiele model, visual practical tasks, and modeling using dynamic software were introduced. The experiment showed that the quality of knowledge increased from 52% to 81%, and the spatial thinking indicator rose from 47% to 79%. The proposed methodology proved to be effective in deepening students' theoretical knowledge and developing their spatial thinking skills.

Keywords: geometric transformations, students' difficulties, spatial thinking, Van Hiele model, GeoGebra.